XVI Konferencja z Probabilistyki

26-30 kwietnia 2021 r.

Spis abstraktów

Równania CIR z procesem Lévy'ego

Michał Barski
Uniwersytet Warszawski
e-mail: `m.barski@mimuw.edu.pl`

Referat dotyczyć będzie uogólnienia klasycznego równania Coxa-Rossa-Ingersolla (CIR) na krótkoterminową stopę procentową $R(t)$, $t \geqslant 0$. Równanie CIR ma postać

$$dR(t) = (aR(t) + b)dt + c\sqrt{R(t)}dW(t), \;\; R(0) = R_0, \quad t > 0,$$

gdzie W jest procesem Wienera, $a \in \mathbb{R}, b \geqslant 0, c > 0$. Wiadomo, że rozwiązania równania CIR są jedynymi procesami Markowa o ciągłych trajektoriach, przy których rynek obligacji z afinicznymi cenami jest bazarbitrażowy. W uogólnionej wersji proces Wienera zastępujemy procesem Lévy'ego $Z_t = (Z_t^1, ..., Z_t^d)$ w $\mathbb{R}^d$ i wówczas równanie przyjmuje postać

$$dR(t) = F(R(t))dt + \sum_{i=1}^{d} G_i(R(t-))dZ_i(t), \;\; R(0) = R_0, \quad t > 0.$$

Problem polega na scharakteryzowaniu procesów Lévy'ego oraz funkcji F oraz $G = (G_1, ..., G_d)$ tak aby rynek obligacji z afinicznymi cenami był bezarbitrażowy. Omówione zostaną wyniki w przypadku $d = 1$ uzyskane wspólnie z J. Zabczykiem oraz częściowe wyniki w przypadku $d > 1$ uzyskane wspólnie z R. Łochowskim.

[1] On CIR equations with general factors, *SIAM J. Fin. Math.*, (2020), 11,1,131-147
[2] On generalized CIR equations, *arXiv: 1902.08976*, (2019)
[3] A general characterization of one factor affine term structure models, *Finance and Stochastics*, (2001), 5,3,389-412

On the generalization of the Bernoulli Conjecture and its consequences

Witold Bednorz
Uniwersytet Warszawski, MIM
e-mail: `wbednorz@mimuw.edu.pl`

Together with my PHD student Rafal Marynek we were able to cover the question stated by Talagrand thet concerns the existence of a decomposition of each infinitely divisible process into part explained by chaining and a part which is a positive infinitely divisible process. Using our approach Talagrand was able to positively answer all his fundamental conjectures - for empirical processes or more generally for random Fourier series. In the lecture, I am going to explain all the results and their consequences.

Bounds on the expected supremum of fractional Brownian motion with drift

Krzysztof Bisewski
University of Lausanne
e-mail: `krzysztof.bisewski@unil.ch`

Expected supremum of fractional Brownian motion with Hurst parameter $H \in (0, 1]$ is one of the most fundamental quantities in theory of extremes of Gaussian processes, and yet its value is known only in two cases (when its Hurst parameter equals $\frac{1}{2}$ or 1). In this talk, we review the most up-to-date lower and upper bounds for this quantity for $H \in (0, 1]$. Second, we introduce a new representation of fractional Brownian motion, which enables us to derive a novel lower bound. Numerical experiments suggest that our lower bound is close to the ground truth when $H < 1/2$.

This presentation is based on the work with Krzysztof Dębicki and Michel Mandjes, and joint work in progress with Krzysztof Dębicki and Tomasz Rolski.

Nierówność Burkholdera a dywergencja Bregmana

Krzysztof Bogdan
Politechnika Wrocławska
e-mail: `Krzysztof.Bogdan@pwr.edu.pl`

Omówimy wybrane zastosowania tzw. dywergencji Bregmana, czyli funkcji

$$F_p(a, b) := |b|^p - |a|^p - pa|a|^{p-2}(b - a),$$

gdzie $a, b \in \mathbb{R}$, $p \in (1, \infty)$. Skupimy się na nowym dowodzie nierówności Burkholdera, mianowicie porównaniu w L^p maximum martyngału o czasie dyskretnym z sumą kwadratów jego przyrostów. Badania wykorzystujące F_p były prowadzone wspólnie z Rodrigiem Bañuelosem, Bartłomiejem Dydą, Tomaszem Grzywnym, Tomaszem Jakubowskim, Julią Lenczewską, Tomaszem Luksem, Katarzyną Pietruską-Pałubą, Arturem Rutkowskim i Mateuszem Więckiem – prace powstałe do tej pory wymienione są poniżej. Zainteresowani słuchacze mogą jako wprowadzenie sprawdzić, że $F_p \geqslant 0$.

[1] Burkholder inequality by Bregman divergence, *arXiv*, 2021, arXiv:2103.06358
[2] Optimal Hardy inequality for the fractional Laplacian on L^p, *arXiv*, 2021, arXiv:2103.06550
[3] Nonlinear nonlocal Douglas identity, *arXiv*, 2020, ArXiv:2006.01932
[4] Hardy-Stein identities and square functions for semigroups, *J. Lond. Math. Soc.*, 2016, arXiv:1506.09007
[5] On Hardy spaces of local and nonlocal operators, *Hiroshima Math. J.*, 2014, arXiv:1109.0210

Gałązkowy spacer losowy

Dariusz Buraczewski
Uniwersytet Wrocławski
e-mail: dariusz.buraczewski@uwr.edu.pl

Podczas wykładu opowiem o gałązkowym spacerze losowym. Jest to proces punktowy na $\mathbb{R}$. W czasie 0 populacja składa się z jednej cząsteczki umieszczonej w zerze. W czasie 1 cząsteczka ta produkuje losową liczbę nowych, a sama umiera. Nowe cząsteczki umieszczone są na prostej zgodnie z pewnym procesem punktowym Σ, a nastepnie rozmnażają się niezależnie według takich samych reguł. Pozycje kolejnych cząsteczek są zadane przez dodanie do pozycji rodzica niezależnej kopii Σ. W przypadku superkrytycznym rozmiar populacji rośnie wykładniczo szybko. Fundamentalnym problemem jest pytanie o zachowanie cząsteczek o minimalnej (lub maksymalnej) pozycji. W jego opisie istotną rolę odgrywają martyngały.

W trakcie wykładu przedstawię nowe wyniki, otrzymane wspólnie z Aleksandrem Iksanovem (Kijów) oraz Bastienem Mallein (Paryż) dotyczące własności tzw. *pochodnego martyngału*.

[1] On the derivative martingale in a branching random walk, *Ann. Prob.*, przyjęte, 2020.

Asymptotyczne własności funkcji odnowy związanej z transformatą Williamsona

Meitner Cadena
DECE, Universidad de las Fuerzas Armadas, Sangolqui, Ecuador
e-mail: mncadena2@espe.edu.ec

Barbara Jasiulis-Gołdyn
Uniwersytet Wrocławski, Instytut Matematyczny
e-mail: jasiulis@math.uni.wroc.pl

Edward Omey
Faculty of Economics and Business-Campus Brussels, KU Leuven, Belgium
e-mail: edward.omey@kuleuven.be

Konstrukcja procesów odnowy oraz funkcji odnowy związanej z transformatą Williamsona zostanie przedstawiona w świetle związków ze splotem Kendalla. Transformata Williamsona jest generatorem kopuły Archimedesa i jest wykorzystywana do modelowania zależności. Przedstawimy Elementarne Twierdzenie Odnowy oraz Twierdzenie Blackwella opublikowane w 2020 roku w pracy [2]. Udowodnimy twierdzenia asymptotyczne dla funkcji odnowy przy słabszych założeniach dla nowej klasy rozkładów z klasy gamma $\Gamma(g)$: $f \in \Gamma(g)$ (z funkcją pomocniczą $g(x)$), jeśli

$$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x+tg(x))}{f(x)} = e^{-t},$$

gdzie $\lim_{x\to\infty} g(x+tg(x))/g(x) = 1$ oraz $\lim_{x\to\infty} g(x)/x = 0$.

Zbadamy prędkość zbieżności w twierdzeniu odnowy oraz twierdzeniu Blackwella z wykorzystaniem funkcji regularnie zmieniających się. Prezentowane wyniki znajdują się w pracy [1]. Serdecznie zapraszam :)

[1] M. Cadena, B. Jasiulis-Gołdyn, E. Omey, Asymptotics for Kendall's renewal function, *submitted*, (2021)

[2] B. Jasiulis-Gołdyn, J. Misiewicz, K. Naskręt, E. Omey, Renewal theory for extremal Markov sequences of Kendall type, *Stoch. Proc. and their Appl.*, 130, 3277-3294 (2020)

[3] E. Omey, M. Cadena, A Seneta's conjecture and the Williamson transform, *submitted*, (2020)

Czas pobytu procesu gaussowskiego nad wysoką barierą

Krzysztof Dębicki
Uniwersytet Wrocławski
e-mail: debicki@math.uni.wroc.pl

Zanalizujemy dokładną asymptotykę

$$P\left\{v(u)\int_0^T \mathbb{I}(X(t)>u)dt > x\right\}, \quad x \geqslant 0$$

gdy $u \to \infty$, gdzie X jest (niestentrowanym) procesem gaussowskim, $v(u)$ jest dodatnią funkcją, a $T \in (0, \infty]$.

Dodatkowo, zbadamy własności rozkładu

$$\tau_u(x) := \inf\left\{t \geqslant 0 : v(u)\int_0^t \mathbb{I}(X(s)>u)ds > x\right\}$$

gdy $u \to \infty, x \geqslant 0$, gdzie $\inf \emptyset = \infty$.

Wyniki zostaną zilustrowane analizą przypadku, gdy X jest procesem gaussowskim o stacjonarnych przyrostach z liniowym dryfem.

Wystąpienie jest wynikiem wspólnych badań z E. Hashorvą (University of Lausanne), P. Liu (University of Waterlooo), Z. Michną (Uniwersytet Ekonomiczny we Wrocławiu), X. Peng (University of Electronic Science and Technology of China).

Spacer losowy z rzadkimi losowymi zaburzeniami

Piotr Dyszewski
Technische Universität München
e-mail: piotr.dyszewski@tum.de

Zbadamy spacer losowy $(X_n)_n$ na zbiorze liczb całkowitych z losowymi prawdopodobieństwami przejścia. Spacer losowy porusza się symetrycznie z wyjątkiem losowo wyróżnionych miejsc, w których narzucany jest losowy dryf. Zakładamy, że odległości między wyróżnionymi miejscami są niezależnymi kopiami danej zmiennej losowej $\xi \in \mathbb{N}$ i że w każdym wyróżnionym miejscu spacer losowy przeskakuje w prawo z prawdopodobieństwem będącym niezależną kopią danej zmiennej losowej $\lambda \in (0,1)$.

Jeśli odległość między wyróżnionymi miejscami ξ ma skończoną średnią, to asymptotyczne zachowanie spaceru jest podobne do tego w przypadku klasycznym [3]. Przykładowo, jeżeli ξ ma ciężki ogon, to

$$\frac{X_n}{n^\alpha}$$

zbiega słabo do rozkładu związanego z rozkładem stabilnym [2,4], gdzie $\alpha \in (0,1]$ oraz parametr rozkładu stabilnego są określone przez rozkłady ξ i λ.

Drugi przypadek, gdy odległość między wyróżnionymi miejscami ma nieskończoną średnią, ujawnia nowe zachowanie. Dokładnej $(X_n)_n$ skaluje się jak prosty symetryczny spacer losowy, czyli

$$\frac{X_n}{\sqrt{n}}$$

zbiega według rozkładu, ale rozkład graniczny nie jest stabilny [1].

[1] D. Buraczewski, P. Dyszewski, A. Iksanov and A. Marynych, Random walks in a strongly sparse random environment, *Stochastic Process. Appl*, 130(7), 3990-4027, 2020

[2] D. Buraczewski, P. Dyszewski, A. Iksanov, A. Marynych and A. Roitershtein, Random walks in a moderately sparse random environment, *Electron. J. Probab.*, 24, paper no. 69, 44 pp. 2019

[3] H. Kesten, M. V. Kozlov and F. Spitzer, A limit law for random walk in a random environment, *Compositio Math.*, 30:145 -168, 1975

[4] A. Matzavinos, A. Roitershtein and Y. Seol, Random walks in a sparse random environment, *Electron. J. Probab.*, 21, paper no. 72, 20 pp. 2016

Stochastyczne równania różniczkowe z odbiciem zależnym od rozkładu

Adrian Falkowski
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
e-mail: izinizik@mat.umk.pl

Leszek Słomiński
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
e-mail: leszeks@mat.umk.pl

W trakcie referatu przedstawione zostaną wyniki dotyczące istnienia i jednoznaczności rozwiązań stochastycznych równań różniczkowych postaci

$$X_t = X_0 + \int_0^t f(s, X_{s-})\, dM_s + \int_0^t g(s, X_{s-})\, dV_s + k_t, \quad t \in \mathbb{R}^+$$

z deterministycznymi barierami l i u oraz odbiciem zależnym od rozkładu procesu X. W powyższym równaniu M i V są odpowiednio martyngałem całkowalnym z kwadratem i procesem adaptowanym o całkowalnej wariacji. Przez rozwiązanie rozumiemy parę (X, k), gdzie X jest procesem stochastycznym, a k jest deterministycznym kompensatorem odpowiadającym za warunek odbicia postaci: $l_t \leqslant E(h(t, X_t)) \leqslant u_t$ dla pewnej ustalonej funkcji h.

Główną motywacją rozważania takiego zagadnienia jest jego interpretacja ekonomiczna. Funkcja h może być interpretowana jako funkcja użyteczności towarzystwa ubezpieczeniowego. Z kolei rozwiązanie (X, k) jako wartość jego portfela inwestycyjnego przy minimalnej strategii kontrolującej ryzyko.

Ważone nierówności dla q-funkcji

Tomasz Gałązka
Wydział Matematyki, Informatyki i Mechaniki UW
e-mail: t.galazka@mimuw.edu.pl

Będziemy rozpatrywać strukturę diadyczną na $\mathbb{R}^d$ i powiązaną z nią filtrację $(\mathcal{F}_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ oraz warunkową wartość oczekiwaną $(\mathcal{E}_n)_{n\in\mathbb{Z}}$. Dla całkowalnej funkcji f, definiujemy martyngał $(f_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ poprzez $f_n = \mathcal{E}_n(f)$, $n \in \mathbb{Z}$. Referat będzie poświęcony ważonym oszacowaniom w L^p pomiędzy martyngałem $(f_n)_{n\in\mathbb{Z}}$, a jego q-funkcją $S(f, q)$, określoną jako

$$S(f,q) = \left(\sum_{n\in\mathbb{Z}} |df_n|^q\right)^{1/q},$$

gdzie $(df_n)_{n\in\mathbb{Z}}$ jest ciągiem różnic martyngałowych, tj. $df_n = f_n - f_{n-1}$. Dzięki zastosowaniu różnych metod, takich jak operatory sparsujące, ekstrapolacja oraz metoda funkcji Bellmana, uzyskamy optymalną zależność od charakterystyki wagi, czyli nierówności postaci

$$c_{p,q,w}^{-1} \|S(f,q)\|_{L^p(w)} \leqslant \|f\|_{L^p(w)} \leqslant C_{p,q,w} \|S(f,q)\|_{L^p(w)},$$

gdzie $c_{p,q,w} \leqslant c_{p,q}[w]_{A_p}^{k_{p,q}}$ oraz $C_{p,q,w} \leqslant C_{p,q}[w]_{A_p}^{K_{p,q}}$, i wykładniki $k_{p,q}, K_{p,q}$ są optymalne. Odczyt oparty jest o wspólną pracę [1] z prof. Adamem Osękowskim.

[1] Weighted inequalities for q-functions, *to appear in Illinois Journal of Mathematics*, 2021

Podporządkowane procesy Markowa

Tomasz Grzywny
Politechnika Wrocławska
e-mail: tomasz.grzywny@pwr.edu.pl

Niech (M, d) będzie przestrzenią metryczną a μ miarą Radona na M. Oznaczmy przez $\mathbf{T}$ zbiór indeksów. Niech $\{S_t\}_{t\in\mathbf{T}}$ będzie procesem Markowa na M takim, że jego funkcja przejścia jest absolutnie ciągła względem μ. Przez $\mathcal{A}$ oznaczmy generator półgrupy związanej z funkcją przejścia $\{S_t\}$. Rozważamy dwa zbiory indeksów $\mathbf{T} = \mathbb{N} \cup \{0\}$ oraz $\mathbf{T} = [0, \infty)$. Dla funkcji Bernsteina φ definiujemy nową półgrupę przejścia o generatorze $\varphi(\mathcal{A})$ dla procesu Markowa $S_t^\varphi = S_{T_t}$, $t \in \mathbf{T}$, gdzie T_t jest subordynatorem na $\mathbf{T}$ związanym z funkcją Bersteina φ. Podczas referatu zostaną omówione ostatnio uzyskane wyniki dotyczące oszacowań gęstości przejścia procesu podporządkowanego S_t^φ. Ponadto zostaną przedstawione rezultaty dotyczące stabilności oszacowań gęstości przejścia i wnioski z nich. Referat oparty na wspólnej pracy z Bartoszem Trojanem (IM PAN).

Centralne twierdzenie graniczne dla fluktuacji rozwiązania równania KPZ na torusie

Yu Gu
Carnegie Mellon University
e-mail: `yugu1105@gmail.com`

Tomasz Komorowski
IM PAN
e-mail: `tkomorowski@impan.pl`

Załóżmy, iż $\mathcal{U}(t,x)$ jest rozwiązaniem stochastycznego równania ciepła (SHE - skrót od *stochastic heat equation*) na jednostkowym torusie d wymiarowym $\mathbb{T}^d$:

$$\begin{aligned} d\mathcal{U}(t,x) &= \frac{1}{2}\Delta\mathcal{U}(t,x)dt + \mathcal{U}(t,x)\xi(dt,x), \quad x \in \mathbb{T}^d, \\ \mathcal{U}(0,x) &= v(x). \end{aligned} \tag{1}$$

Funkcja $v(x)$ jest gładka i dodatnia. Rzeczywisty szum gaussowski $\xi(dt,x)$ dany jest nad przestrzenią probabilistyczną $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbf{P})$, z wartością oczekiwaną $\mathbf{E}$, i spełnia

$$\mathbf{E}\Big[\xi(dt,x)\xi(ds,y)\Big] = \delta(t-s)R(x-y)dsdt.$$

Funkcja $h(t,x) = \log \mathcal{U}(t,x)$ (transformata Hopf-Cole'a $\mathcal{U}(t,x)$) jest formalnym rozwiązaniem, równania Kardara-Parisi-Zhanga (KPZ)

$$\partial_t h = \frac{1}{2}\Delta h + \frac{1}{2}|\nabla h|^2 + \dot{\xi} - \frac{1}{2}R(0). \tag{2}$$

Rozważamy dwa przypadki:

1) $d \geqslant 1$ jest dowolne i szum $\xi(dt,x)$ jest gładki, t.j. funkcja kowariancji $R(\cdot)$ jest dostatecznie gładka,

2) $d = 1$ i szum jest biały, t.j. $R(x-y) = \delta(x-y)$, gdzie δ jest dystrybucją Diraca.

Pokazujemy, iż w każdym z wymienionych wyżej przypadków dla dowolnego $x \in \mathbb{T}^d$ istnieją stałe γ i σ takie, że

$$\frac{h(t,x) + \gamma t}{\sqrt{t}} \Rightarrow N(0, \sigma^2), \qquad \text{przy } t \to \infty.$$

Ponadto wykazujemy, że

$$\sigma^2 \geqslant \left(\int_{\mathbb{T}^d} R(x)dx\right)^2.$$

Kierunkowa dystrybuanta pozorna dla stacjonarnych pól losowych

Adam Jakubowski
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
e-mail: `adjakubo@mat.umk.pl`

Dla stacjonarnych pół losowych wprowadzamy pojęcie kierunkowej dystrybuanty pozornej, słabsze niż rozważane do tej pory pojęcie (globalnej) dystrybuanty pozornej. Formułujemy warunki konieczne i dostateczne dla istnienia ciągłej dystrybuanty pozornej w jednym i drugim sensie. Na przykładzie gaussowskiego pola losowego o dość złożonej strukturze kowariancji pokazujemy, że nowe pojęcie ma szerszy obszar zastosowań.

Wyniki pochodzą z pracy A.J., I. Rodionov & N. Soja-Kukieła, „Directional phantom distribution functions”, która ukaże się w *Bernoulli*.

Formuła splotowa dla czasu lokalnego dyfuzji z odbiciem w zerze

Jacek Jakubowski
Instytut Matematyki, Wydział MIM UW
e-mail: `jakub@mimuw.edu.pl`

Przedstawię nowe probabilistyczne spojrzenie na probabilistyczną strukturę czasu lokalnego dla dyfuzji z odbiciem w zerze. Podam równanie całkowo–różniczkowe dla dystrybuanty czasu lokalnego. Podam także probabilistyczną reprezentację uogólnionego równania Stroocka-Williamsa. Referat opiera się na wspólnej pracy z M. Wiśniewolskim.

[1] Jacek Jakubowski, Maciej Wiśniewolski, A convolution formula for the local time of an Itô diffusion refecting at 0 and a generalized Stroock-Williams equation, *Bernoulli*, to appear

[2] Peskir G. A probabilistic solution to the Stroock-Williams equation, *Ann. Probab.*, 42 (2014), 2197-2206

[3] Stroock D. W., Williams D., A simple PDE and Wiener-Hopf Riccati equations, *Comm. Pure Appl. Math.*, 58 (2005), 1116-1148

Modelowanie stochastyczne wpływu zanieczyszczeń powietrza na choroby układu otolaryngologicznego

Barbara Jasiulis-Gołdyn
Uniwersytet Wrocławski, Instytut Matematyczny
e-mail: `jasiulis@math.uni.wroc.pl`

Dominik Nowakowski
Uniwersytet Wrocławski, Instytut Matematyczny
e-mail: `290971@uwr.edu.pl`

Tomasz Zatoński
Katedra i Klinika Otolaryngologii, Chirurgii Głowy i Szyi, Uniwersytet Medyczny we Wrocławiu
e-mail: `tomasz.zatonski@umed.wroc.pl`

Pyłki zmieszane PM2.5 są wg Światowej Organizacji Zdrowia najbardziej szkodliwe dla zdrowia pośród wszystkich rodzajów zanieczyszczeń powietrza. Cząstki o mniejszej średnicy łatwiej przedostają się do organizmu. Pierwszy kontakt tych pyłów z ludzkim ciałem w drogach oddechowych występuje na poziomie jamy nosowej oraz gardła.

Naszym głównym celem jest analiza wpływu wskaźników zanieczyszczenia powietrza i danych meteorologicznych na choroby systemu otolaryngologicznego u mieszkańców Wrocławia na podstawie danych otrzymanych z NFZ.

Wykorzystujemy uogólnione modele liniowe (ang. GLMs) oraz półparametryczne uogólnione modele liniowe (ang. semiparametric GLMs). Analizy danych z wykorzystaniem oprogramowania R mają na celu budowę optymalnego modelu do przewidywania liczby zdiagnozowanych chorób układu otolaryngologicznego na podstawie danych meteorologicznych oraz zanieczyszczeń powietrza. Wyniki będzie można wykorzystać do budowy prognóz krótkoterminowych liczby wizyt w gabinetach otolaryngologicznych jak również do modelowania strat ekonomicznych wynikających z chorób pracowników spowodowanych zanieczyszczonym powietrzem.

[1] B. Cegiełka, B. Jasiulis-Gołdyn, D. Nowakowski, Modeling the number of diagnosed respiratory system diseases with respect to the air quality, *preprint*, (2021)

[2] B. Jasiulis-Gołdyn, D. Nowakowski, T. Zatoński, Optimized mathematical models used to forecast the impact of air pollutants on the otolaryngological system diseases, *preprint*, (2021)

[3] B. Cegiełka, B. Jasiulis-Gołdyn, Modeling the impact of air pollution on the respiratory system diseases, *submitted*, (2021)

[4] B. Jasiulis-Gołdyn, D. Nowakowski, Statistical approach to the impact of air pollution on the otolaryngology system diseases, *submitted*, (2021)

[5] R. E. Arku, M. Brauer, S. H. Ahmed, K. F. AlHabib, A. Avezum, J. Bo, T. Choudhury, A. ML. Dans, R. Gupta, R. Iqbal, N. Ismail, R. Kelishadi, R. Khatib, T. Koon, R. Kumar, F. Lanas, S. A. Lear, L. Wei, P. Lopez-Jaramillo, V. Mohan, P. Poirier, T. Puoane, S. Rangarajan, A. Rosengren, B. Soman, O. T. Caklili, S. Yang, K. Yeates, L. Yin, K. Yusoff, T. Zatonski, S.Yusuf, P. Hystad, Long-term exposure to outdoor and household air pollution and blood pressure in the Prospective Urban and Rural Epidemiological (PURE) study, *Environmental Pollution 262*, (2020)

[6] P. Hystad, A. Larkin, S. Rangarajan, K. F. AlHabib, A. Avezum, K. B. T. Calik, J. Chifamba, A. Dans, R. Diaz, J. L. du Plessis, R. Gupta, R. Iqbal, R. Khatib, R. Kelishadi, F. Lanas, Z. Liu, P. Lopez-Jaramillo, S. Nair, P. Poirier, O. Rahman, A. Rosengren, H. Swidan, L. A. Tse, L. Wei, A. Wielgosz, K. Yeates, K. Yusoff, T. Zatonski, R. Burnett, S. Yusuf, M. Brauer, Associations of outdoor fine particulate air pollution and cardiovascular disease in 157436 individuals from 21 high-income, middle-income, and low-income countries (PURE): a prospective cohort study, *The Lancet Planetary Health*, Vol. 4, Issue 6, E235-E245, (2020)

[7] J. Harezlak, D. Ruppert, M. Wand, Semiparametric Regression with R, *Springer*, (2018)

Stopowanie optymalne z kryterium wrażliwym na ryzyko i nieograniczoną funkcją kosztu końcowego

Damian Jelito
Uniwersytet Jagielloński
e-mail: damian.jelito@im.uj.edu.pl

Przedstawimy wyniki dotyczące problemów stopowania optymalnego postaci

$$\inf_{\tau} \ln \mathbb{E}_x \left[\exp \left(\int_0^{\tau} g(X_s) ds + G(X_{\tau}) \right) \right], \quad x \in E,$$

gdzie (X_t) to jednorodny w czasie, standardowy proces Markowa o wartościach w przestrzeni stanów E, funkcje $g, G : E \mapsto \mathbb{R}_+$ są ciągłe oraz g jest ograniczona z góry i oddzielona od zera. Pokażemy, że odpowiadające problemowi równanie Walda–Bellmana może mieć wiele rozwiązań, przedstawimy probabilistyczną interpretację największego i najmniejszego z nich oraz sformułujemy warunek gwarantujący jedyność. Uzyskane wyniki dotyczą zarówno przypadku czasu dyskretnego, jak i ciągłego i opierają się na własnościach procesów Markowa spełniających warunek Fellera. Referat oparty jest na pracy [1] przygotowanej wspólnie z Ł. Stettnerem (IMPAN) i rozszerza wyniki zawarte w [2].

[1] D. Jelito, Ł. Stettner, Risk-sensitive optimal stopping with unbounded terminal cost function, *preprint*, arXiv:2104.00731

[2] D. Jelito, M. Pitera, Ł. Stettner, Risk sensitive optimal stopping, *Stochastic Processes and their Applications*, 136 (2021), 125–144

Jedyność losowych pól Gibbsa z nieograniczonymi oddziaływaniami na grafach z nieograniczonym stopniem

Dorota Kępa-Maksymowicz
Instytut Matematyki, Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej
e-mail: dkepa@hektor.umcs.lublin.pl

Jurij Kozicki
Instytut Matematyki, Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej
e-mail: jkozi@hektor.umcs.lublin.pl

Rozważamy Gibbsowskie pola losowe na grafach o nieograniczonym stopniu, dla których pojedyncza przestrzeń spinowa jest przestrzenią polską a oddziaływania pomiędzy spinami są losowe i nieograniczone. W takim modelu jedyność losowych pól Gibbsa zostaje pokazana pod następującymi warunkami: (a) wzrost stopni wierzchołków w grafie jest utemperowany tzn. w pewien sposób kontrolowany; (b) oddziaływania między spinami są zadane za pomocą funkcji W_{xy} tak, że $\|W_{xy}\| = \sup_{\sigma,\sigma'} |W_{xy}(\sigma, \sigma')|$ są zmiennymi losowymi niezależnymi i całkowalnymi z eksponensem dla wszystkich krawędzi $\langle x, y \rangle$.

Asymptotyki rozkładu supremum dwuwymiarowego ułamkowego ruchu Browna

Krzysztof Kępczyński
Uniwersytet Wrocławski
e-mail: kepczynski@math.uni.wroc.pl

Tematem badań jest rozkład supremum dwuwymiarowego ułamkowego ruchu Browna $\{B_H(t) : t \geqslant 0\}$ z liniowym dryfem na skończonym odcinku czasu

$$\mathbb{P}\left(\sup_{t\in[0,T]}(B_H(t) - c_1 t) > a_1, \sup_{t\in[0,T]}(B_H(t) - c_2 t) > a_2\right).$$

Podczas referatu przedstawimy dokładny rozkład w przypadku ruchu Browna ($H = 1/2$) oraz asymptotyki w reżimie wielu źródeł dla ułamkowego ruchu Browna w kilku szczególnych przypadkach. Badania motywowane są zastosowaniami w teorii kolejek, teorii ruiny oraz matematyce finansowej.

[1] Kepczynski, K. Running supremum of Brownian motion in dimension 2: exact and asymptotic results, *preprint*, 2020.
[2] Kepczynski, K. Proportional reinsurance for fractional Brownian risk model, *Silesian Statistical Review*, 2020, 18 (24).

Stochastyczne równania różniczkowe wstecz z nielokalną zależnością od martyngału

Tomasz Klimsiak
Instytut Matematyczny PAN,
Wydział Matematyki i Informatyki UMK
e-mail: tomas@mat.umk.pl

W referacie przedstawię wyniki uzyskane wspólnie z M. Rzymowskim w pracy [1] na temat istnienia rozwiązań nieliniowych $(\mathcal{F}_t)$-stochastycznych równań różniczkowych wstecz (SRRW) postaci

$$Y_t = \xi + \int_t^T f(r, Y_r, M)\,dr - \int_t^T dM_r, \quad Y, M \in Prog(\mathcal{F}.), \tag{1}$$

gdzie ξ jest warunkiem końcowym ($\mathcal{F}_T$-mierzalnym), a f generatorem równania ($(\mathcal{F}_t)$-progresywnie mierzalnym). Zakładamy, że f jest jedynie nierosnący i ciągły ze względu na zmienną Y (dowolny wzrost). Ponadto rozważamy bardzo ogólny warunek o strukturze generatora względem zmiennej M, który dopuszcza m.in. zależność f w chwili t od całej przyszłej trajektorii procesu M, jak również od jego rozkładu (równania typu McKeana-Vlasova). Dowodzimy istnienia i jednoznaczności globalnego rozwiązania SRRW (1) (tj. dla dowolnego $T > 0$) z zaledwie całkowalnymi danymi. W ten sposób odpowiadamy negatywnie na hipotezę postawioną w pracy [2], iż przy rozważanej powyżej strukturze zależności generatora od martyngału w ogólności nie istnieje globalne rozwiązanie (1).

[1] Klimsiak, T., Rzymowski, M.: Nonlinear BSDEs in general filtration with drivers depending on the martingale part of a solution, *arXiv:2103.07536*, 2021
[2] Liang, G., Lyons, T., Qian Z.: Backward stochastic dynamics on a filtered probability space, *Ann. Probab.*, 39 (2011) 1422–1448

Proces typu Fleminga-Viota i równanie $X \overset{d}{=} AX + B$

Bartosz Kołodziejek
Politechnika Warszawska
e-mail: b.kolodziejek@mini.pw.edu.pl

W referacie opowiem o wynikach z [2], pracy będącej kontynuacją [1]. Naszą główną motywacją była analiza własności procesów typu Fleminga-Viota [3]. Dla pewnego procesu tego typu udowodniliśmy twierdzenie o dolnej obwiedni. Wypracowane przez nas metody mają zastosowanie nie tylko do tego przykładu oraz opierają się na badaniu rekursji stochastycznych.

Załóżmy, że (A, B) jest wektorem losowym. Niech $(A_n, B_n)_{n\geqslant 1}$ będzie ciągiem niezależnych kopii wektora (A, B) oraz zdefiniujmy ciąg $X_n = A_n X_{n-1} + B_n$ dla $n \geqslant 1$, $X_0 = 0$. Przy pewnych założeniach na rozkład (A, B) pokazaliśmy, że dla pewnego jawnego ciągu liczbowego $(\alpha_n)_{n\geqslant 0}$ zachodzi

$$\liminf_{n\to+\infty} \alpha_n X_n \in (0, \infty)$$

oraz znaleźliśmy dokładną wartość tej granicy dolnej.

Dowód tego twierdzenia oparty jest na opisie asymptotyki lewego ogona przy 0^+ zmiennej losowej X spełniającej równanie według rozkładu $X \overset{d}{=} AX + B$, gdzie X oraz (A, B) są niezależne.

[1] K. Burdzy, B. Kołodziejek, T. Tadić. Inverse exponential decay: stochastic fixed point equation and ARMA models., *Bernoulli*, 25 (2019), no. 4B, 3939–3977.
[2] K. Burdzy, B. Kołodziejek, T. Tadić. Stochastic fixed point equation and local dependence measure., *arXiv:2004.01850*, (2020), 1–31.
[3] K. Burdzy, R. Hołyst, P. March. A Fleming-Viot particle representation of the Dirichlet Laplacian., *Comm. Math. Phys.*, 214 (2000), no. 3, 679–703.

O ciągłej zależności w problemie zbieżności iteracji losowych

Dawid Komorek
Akademia Górniczo–Hutnicza, Kraków
e-mail: komorek@agh.edu.pl

Jedną z ważniejszych własności operatorów Markowa P działających na miarach jest asympotyczna stabilność. Oznacza ona istnienie jedynej i przyciągającej miary niezmienniczej $\mu(P)$. W referacie przedstawione zostaną wyniki dotyczące ciągłości odwzorowania $P \mapsto \mu(P)$ w metryce Hutchinsona. W szczególności podana zostanie zależność między granicznymi rozkładami prawdopodobieństwa ciagu iteracji losowych f^n funkcji losowych $f\colon X \times \Omega \to X$, z uwzględnieniem przypadku afinicznych funkcji losowych $t \to \xi t + \eta$. Rezultaty zostały uzyskane wspólnie z Rafałem Kapicą.

[1] K. Baron, On the continuous dependence in a problem of convergence of iterates of random-valued functions, *Grazer Math.* , 363 (2015)

[2] D. Czapla, S.C. Hille, K. Horbacz, H. Wojewódka-Ściażko, Continuous dependence of an invariant measure on the jump rate of a piecewise-deterministic Markov process, *Mathematical Biosciences and Engineering*, 17 (2020), 1059–1073

Proces gałązkowy w nieskończonych układach cząstek

Jurij Kozicki
Uniwersytet Marii Curie-Skłodowskiej
e-mail: jkozi@hektor.umcs.lublin.pl

Rozpatrywany jest możliwie nieskończony układ cząstek punktowych w lokalnie zwartej przestrzeni polskiej X. Jego stany są opisywane jako lokalnie skończone konfiguracje, interpretowane też jako miary Radona na X. Dynamika takiego układu polega na tym, że każda cząstka losowo znika pozostawiając po sobie losową „chmurę” (skończoną, możliwie pustą) jej potomków. W przypadku gdy układ jest skończony, odpowiednie procesy gałązkowe są konstruowane mniej-więcej standardowo. Przy przejściu do nieskończonych układów największy problem stanowi możliwość tego, że nieskończenie wiele nowych cząstek może się pojawić jednocześnie w zwartym podzbiorze X. W proponowanym podejściu markowowski proces gałązkowy buduje się w przestrzeni utemperowanych konfiguracji przy założeniu, że gałęzienie na „nieskończoności” jest kontrolowane w pewny sposób.

Ruina dwuwymiarowego ruchu Browna z dryfami powiązanymi z kapitałem początkowym

Konrad Krystecki
Uniwersystet Wrocławski
e-mail: kkrystecki@math.uni.wroc.pl

Niech $W(s,t) = (W_1(s), W_2(t))$ będzie dwuwymiarowym ruchem Browna z rozkładami brzegowymi będącymi standardowymi ruchami Browna o stałej korelacji $\rho \in (-1, 1)$. W pracy analizujemy asymptotyki następującego modelu ruiny

$$p_{\alpha,\beta}(\underline{c}, u, au) = \mathbb{P}(\exists_{t\in[0,T]} : W_1(t) - c_1u^\alpha t > u^\beta, W_2(t) - c_2u^\alpha t > au^\beta)$$

przy $u \to \infty$. Stałe c_1, c_2, α modelują zachowanie składek, zaś stała β modeluje zachowanie kapitału początkowego. W pracy pokazany jest związek skonstruowanego modelu z modelem kolejkowym o wielu źródłach oraz z problemem kolizji dla trzech nieskorelowanych ruchów Browna.

Oszacowania momentów i uśrednianie stochastyczne dla systemów dwuskalowych z szumem Lévy'ego

Oleksii Kulyk
Politechnika Wrocławska
e-mail: `oleksii.kulyk@pwr.edu.pl`

Omówimy oszacowania momentów dla nieciągłych semimartyngałów, które precyzyjnie łączą dyssypatywność części prognozowalnej z oszacowaniami momentów skoków. Takie, jednostajne w czasie, oszacowania momentów są niezbędne do analizy zachowania granicznego systemów stochastycznych z szumem Lévy'ego.

[1] A. Kulik, I. Pavlyukevich, Limit theorem for non-linear Langevin equations driven by Lévy noise, *Annales de l'Institut Henri Poincaré, Probabilites et Statistiques*, 2019, vol. 55, nr 3, pp. 1278-1315
[2] A. Kulik, I. Pavlyukevich, Moment bounds for dissipative semimartingales with heavy jumps, *arXiv:2004.12449*, 2020

Model dimerów z wolnymi warunkami brzegowymi

Marcin Lis
University of Vienna
e-mail: `marcin.lis@univie.ac.at`

Model dimerów to miara probablistyczna na przestrzeni wszystkich skojarzeń doskonałych zadanego grafu skończonego. Kiedy graf jest planarny, model ten może być zinterpretowany jako losowa funkcji wysokości (losowa powierzchnia dwuwymiarowa zanurzona w trzech wymiarach) i jest rozwiązywalny w bardzo mocnym sensie: jego wszystkie funkcje korelacji mogą być obliczone jako podwyznacznik odwrotnej macierzy Kasteleyna. Macierz ta jest bardzo blisko związana z dyskretnym różnicowym operatorem Diraca.

W 1999 Kenyon użył tego związku i pokazał, że wielkoskalowe fluktuacje funkcji wysokości na kracie kwadratowej są opisane przez wolne pole Gaussowskie z (zerowymi) warunkami brzegowymi Dirichleta. Był to pierwszy matematyczny dowód na konforemną niezmienniczość krytycznych modeli dwuwymiarowej fizyki statystycznej.

W naszej pracy rozpatrujemy uogólenienie modelu dimerów gdzie dopuszczalne jest, że wierzchołki na brzegu grafu nie są sparowane w losowym skojarzeniu. Głównym wynikiem jest opisanie fluktuacji funkcji wysokości na półprzestrzeni $\{z : \Im(z) \geqslant 0\} \cap \mathbb{Z}^2$ za pomocą wolnego pola Gaussowskiego z warunkami brzegowymi Neumanna. Nowością jest przedstawienie odwrotnej macierzy Kasteleyna za pomocą funkcji Greena pewnego efektywnego błądzenia losowego.

Praca wspólna z Nathanaelem Berestyckim (Wiedeń) i Wei Qian (Paryż).

[1] Free boundary dimers: random walk representation and scaling limit, *arXiv:2102.12873*, 2021

Uniwersalne oszacowania momentów i ogonów czasów wyjścia procesów Bessla

Rafał Łochowski
Szkoła Główna Handlowa w Warszawie
e-mail: `rlocho@sgh.waw.pl`

Niech X_t, $t \geqslant 0$, będzie δ-wymiarowym procesem Bessla, startującym z $x_0 \geqslant 0$, czyli nieujemnym procesem, którego kwadrat $Z_t = X_t^2$ spełnia równanie

$$Z_t = x_0^2 + 2\int_0^t \sqrt{Z_s}\mathrm{d}\beta_s + \delta \cdot t,$$

gdzie β jest standardowym ruchem Browna. W referacie przedstawię uniwersalne oszacowania momentów (zwykłych i centralnych) oraz ogonów (prawych i lewych) czasów wyjścia procesów Bessla:

$$\tau^c := \inf\left\{t \geqslant 0 : Z_t = c^2\right\} = \inf\left\{t \geqslant 0 : X_t = c\right\},$$

gdy $c > x_0$.

Oszacowania będą uniwersalne w tym sensie, że podamy takie funkcje F, G, H, K parametrów $\delta > 0, x_0 \geqslant 0, p \geqslant 2, t > 0$, dla których istnieją uniwersalne stałe $C_1, C_2, C_3, C_4 > 0$, nie zależące od δ, x_0, p, t, że zachodzą obustronne oszacowania

$$C_1^{-1}F(\delta, x_0, p) \leqslant \left(\mathbb{E}\left(\tau^c\right)^p\right)^{1/p} \leqslant C_1 F(\delta, x_0, p);$$

$$C_2^{-1}G(\delta, x_0, p) \leqslant \left(\mathbb{E}\left|\tau^c - \mathbb{E}\tau^c\right|^p\right)^{1/p} \leqslant C_2 G(\delta, x_0, p);$$

$$\mathbb{P}\left(\tau^c \geqslant C_3 t\right) \leqslant C_3 H(\delta, x_0, t), \quad \mathbb{P}\left(\tau^c \geqslant C_3^{-1} t\right) \geqslant C_3^{-1} H(\delta, x_0, t);$$

$$\ln \mathbb{P}\left(\tau^c \leqslant C_4 t\right) \geqslant C_4 K(\delta, x_0, t), \quad \ln \mathbb{P}\left(\tau^c \leqslant C_4^{-1} t\right) \leqslant C_4^{-1} K(\delta, x_0, t).$$

Czasami τ^c zajmowało się wielu autorów. Paul Lévy podał w [1] postać dystrybuanty τ^c w przypadku $x_0 = 0$, δ - naturalne, jako pewien szereg o oscylujących współczynnikach, lecz nie wyznaczył wartości tych współczynników. Zrobili to w [2] Zbigniew Ciesielski i S. James Taylor. John T. Kent uogólnił te wyniki na przypadek dowolnych $x_0 > 0, \delta > 0$ w [3] (gdzie nie cytuje wyników Ciesielskiego, Taylora i Lévy'ego). Grzegorz Serafin podał w [4] oszacowania gęstości τ^c, w których pojawiają się jednak stałe zależne od δ. Wyniki, które będę prezentował zostały otrzymane wspólnie z Witoldem Bednorzem i większość z nich jest zawarta w preprincie [5].

[1] La mesure de Hausdorff de la courbe du mouvement brownien, *Giorn. Ist. Ital. Attuari*, P. Lévy (1953, 16:1–37)
[2] First passage times and sojourn times for Brownian motion in space and the exact Hausdorff measure of the sample path, *Trans. Amer. Math. Soc.*, Z. Ciesielski and S. J. Taylor (1962, 103(3):434–450)
[3] Eigenvalue expansions for diffusion hitting times, *Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und Verwandte Gebiete*, J. T. Kent (1980, 52(3):309–319)
[4] Exit times densities of the Bessel process, *Proc. Amer. Math. Soc.*, G. Serafin (2017, 145(7):3165–3178)
[5] Estimates of moments and right and left tails of hitting times of Bessel processes, *arXiv*, W. Bednorz, R. Łochowski (2021, arXiv:2102.07015)

Zmiany czasu i procesy przełącznikowe w modelowaniu zmienności stochastycznej

Zofia Miśkiewicz
Uniwersytet Warszawski, Instytut Matematyki
e-mail: `z.michalik@mimuw.edu.pl`

W klasycznym modelu rynku Blacka-Scholesa zakłada się, że zmienność ceny akcji jest stała, jednak z obserwacji rynków finansowych (m. in. cen opcji europejskich) wynika, że założenie to w rzeczywistości nie jest spełnione. Stanowi to motywację do wprowadzania bardziej skomplikowanych modeli, takich jak modele ze stochastyczną zmiennością. W swoim referacie przedstawię pewne sposoby na wprowadzenie zmienności stochastycznej do modelu Blacka-Scholesa poprzez zastosowanie zmiany czasu indukowanej przez łańcuch Markowa. Otrzymany w ten sposób proces jest procesem przełącznikowym, w którym aktualna zmienność zależy od stanu ekonomii.

[1] Inhomogeneous time change equations for Markov chains and their applications, *submitted*, Z.M.

Wielowymiarowe procesy Hawkes'a i ich zgodności

Mariusz Niewęgłowski
Wydział Matematyki i Nauk Informacyjnych
e-mail: `m.nieweglowski@mini.pw.edu.pl`

Procesy Hawkes'a to procesy punktowe, które znajdują bardzo szerokie zastosowanie od sejsmologii, po finanse, ubezpieczenia, modelowanie sieci społecznościowych a także rozwoju epidemii. Charakteryzują się one własnością samopobudzania (self-excitation) polegającą na tym, że warunkowe rozkłady czasów oczekiwania na kolejne zdarzenia zależą od historii procesu do momentu na który dokonujemy warunkowania. W referacie przedstawię wielowymiarowe uogólnienia procesów Hawkes'a oraz opiszę ich konstrukcje, która prowadzi natychmiastowo do algorytmu generowania trajektorii takich procesów. W dalszej części zajmę się zagadnieniami związanymi ze zgodnościami procesów Hawkes'a, czyli pytaniami o warunki na to aby współrzędne wielowymiarowego procesu Hawkes'a były procesami Hawkesa.

Analiza wrażliwości względem modelu w problemach optymalizacji

Jan Obłój
University of Oxford
e-mail: `jan.obloj@maths.ox.ac.uk`

Rozważymy wrażliwość ogólnego problemu optymalizacji stochastycznej względem bazowego modelu (miary probabilistycznej). Nasze podejście jest nieparametryczne i perturbacje modelu są uchwycone za pomocą kuli wkoło modelu bazowego w przestrzeni miar z metryką Wassersteina. Wyliczę bezpośrednio poprawkę (liniową) funkcji wartości oraz optymalnej kontroli (działania) oraz uogólnię wyniki do przypadku optymalizacji z warunkami liniowymi. Przedstawię zastosowania wyników w statystyce, uczeniu maszynowym, matematyce finansowej i innych dziedzinach. W szczególności, omówię zmianę współczynników pomiędzy zwykłą regresją a LASSO, nieparametryczny odpowiednik tzw. wrażliwości vega w wycenie opcji, czy poprawkę do wyceny Davisa. Wspomnę również jak podobne podejście umożliwia budowanie nieparemetrycznych estymatorów miar ryzyka.

Referat oparty na pracach z Danielem Bartl, Samuelem Drapeau i Johannesem Wiesel.

[1] J. Obłój and J. Wiesel. Robust estimation of superhedging prices, *Ann. Stat.*, 49(1): 508-530, 2021.
[2] D. Bartl, S. Drapeau, J. Obłój and J. Wiesel. Robust uncertainty sensitivity analysis, *arXiv*, 2006.12022, 2020.

Optymalne oszacowania dla średnicy procesu pajęczego

Adam Osękowski
Uniwersytet Warszawski
e-mail: A.Osekowski@mimuw.edu.pl

Załóżmy, że $n \geqslant 1$ jest ustaloną liczbą całkowitą i niech $R_k = \{e^{2\pi ik/n}t \,:\, t \geqslant 0\}$, $k = 1, 2, \ldots, n$, będzie rodziną półprostych na płaszczyźnie, wychodzących z początku układu współrzędnych. Stowarzyszony proces pajęczy $S = (S_t)_{t\geqslant 0}$ można postrzegać jako odpowiednik procesu Wienera na sumie $R_1 \cup R_2 \cup \ldots \cup R_n$. Ściślej, rozważamy ruch Browna $B = (B_t)_{t\geqslant 0}$ z odbiciem w zerze, a następnie każdą jego wycieczkę mnożymy przez niezależną zmienną o wartościach w $\{e^{2\pi ik/n}\}_{k=1}^n$. Celem odczytu jest wyznaczenie najlepszej stałej C_n w następującym oszacowaniu: dla dowolnego ograniczonego momentu zatrzymania τ,

$$\mathbb{E}\,\mathrm{diam}\, S_\tau \leqslant C_n\sqrt{\mathbb{E}\tau},$$

gdzie $\mathrm{diam}\, S_\tau$ oznacza średnicę procesu S, mierzoną w metryce kolejowej. Przypadki $n = 1$ oraz $n = 2$ rozpatrzono już w literaturze (Dubins–Schwarz 1988, Dubins–Gilat–Meilijson 2009), odpowiadające optymalne stałe wynoszą $C_1 = \sqrt{2}$ oraz $C_2 = \sqrt{3}$.

Rozważania opierają się na analizie odpowiadającego problemu optymalnego stopowania. Wynik został uzyskany wspólnie z E. Bednarz (Uniwersytet Warszwski) oraz P. Ernstem (Rice University).

O stałej w twierdzeniu Kestena raz jeszcze

Zbigniew Palmowski
Politechnika Wrocławska
e-mail: zbigniew.palmowski@pwr.edu.pl

Rozważamy stochastyczną rekursję

$$R \stackrel{\mathcal{D}}{=} Q \vee \left(\bigvee_{i=1}^{N} C_i R_i\right),$$

gdzie $\{R_i\}$ tworzą ciąg niezależnych zmiennych losowych o tym samym rozkładzie co R, niezależny od wektora $(Q, N, \{C_i\})$ oraz $N \in \mathbb{N}$, $Q \geqslant 0$, $C_i \geqslant 0$ i $P(Q > 0) > 0$. Biorąc $W = \log R$, $X_i = \log C_i$, $Y = \log Q$ powyższa rekursja jest równoważna równaniu Lindleya wyższego rzędu

$$W \stackrel{\mathcal{D}}{=} \max\left\{Y, \max_{1 \leqslant i \leqslant N} (X_i + W_i)\right\}.$$

Jest wiadomo, że przy założeniach Kestena

$$P(W > t) \sim He^{-\alpha t}, \quad t \to \infty,$$

gdzie $\alpha > 0$ rozwiązuje równanie Craméra-Lundberga

$$E\left[\sum_{j=1}^{N} C_i^{\alpha}\right] = E\left[\sum_{i=1}^{N} e^{\alpha X_i}\right] = 1.$$

Celem tego referatu jest przedstawienie alternatywnej reprezentacji $P(W > t)$, która może służyć do konstrukcji nieobciążonego i efektywnego estymatora tego prawdopodobieństwa. Głównymi narzędziami użytymi w naszej analizie jest Markowskie twierdzenie odnowy Alsmeyera oraz zamiana miary wzdłuż losowej ścieżki na drzewie dające alternatywną reprezentację stałej H.

Referat jest oparty o wspólną pracę z B. Basrakiem, M. Conroy i M. Olvera-Cravioto.

Problem inwestora w modelu HJM

Szymon Peszat
Uniwersytet Jagielloński
e-mail: szymon.peszat@im.uj.edu.pl

Dariusz Zawisza
Uniwersytet Jagielloński
e-mail: dariusz.zawisza@im.uj.edu.pl

Rozważamy problem konsumpcji i inwestycji (na skończonym jak i na nieskończonym horyzoncie czasowym), gdy zakładamy, że inwestor ma dostęp jedynie do rynku obligacji. W naszym podejściu ceny obligacji o różnych terminach zapadalności opisuje ogólny model czynnikowy HJM a rynek obligacji składa się z całej rodziny obligacji rolowanych. Natomiast strategia inwestycyjna jest miarą znakową, skupioną na zbiorze liczb rzeczywistych nieujemnych wyznaczających zapadalności dla różnych obligacji rolowanych. Celem inwestora jest maksymalizacja strumienia zdyskontowanych użyteczności dla procesu konsumpcji. Rozwiązujemy problem za pomocą równania HJB, dla którego dowodzimy istnienie klasycznego rozwiązania wraz z oszacowaniami zapewniająymi skuteczność twierdzenia weryfikacyjnego. Wyznaczamy również jawne rozwiązania dla afinicznych modeli czynnikowych.

[1] S. Peszat, D. Zawisza, The investor problem based on the HJM model, *preprint, arXiv:2010.13915*,

Warunkowe drugie momenty i ich własności

Marcin Pitera
Instytut Matematyki, Uniwersytet Jagielloński
e-mail: marcin.pitera@uj.edu.pl

W referacie tym omówione zostaną wyniki z serii prac poświęconych własnościom warunkowych drugich momentów, gdy warunkowanie oparte jest o zbiory kwantylowe. Można wykazać, że warunkowe drugie momenty centralne jednoznacznie charakteryzują rozkład, podać łatwe do wyliczenia wzory na warunkowe macierze wariancji-kowariancji dla rozkładów eliptycznych, czy powiązać pewne równości warunkowych momentów z empirycznymi regułami ekonomicznymi, takimi jak reguła 20/60/20. Pokazane zostanie również, jak wykorzystać otrzymane wyniki do zaprojektowania efektywnego testu statystycznego porównującego wariancję zbiorów ogonowych ze zbiorem centralnym. Okazuje się, że łatwo podać asymptotyczny rozkład tak zdefiniowanego testu, w naturalny sposób bada on grubość ogonów rozkładu, oraz ma zazwyczaj wyższą moc od popularnych alternatyw, takich jak test Jarque-Bera, czy Shapiro-Wilka.

[1] P. Jaworski, M. Pitera, The 20-60-20 Rule, *Discrete Cont Dyn-B*, Vol. 21 (2016), No 4, pp. 1149-1166.
[2] P. Jaworski, M. Pitera, A note on conditional covariance matrices for elliptical distributions, *Stat Probabil Lett*, Vol. 129C (2017), pp. 230-235.
[3] P. Jaworski, M. Pitera, A note on conditional variance and characterization of probability distributions, *Stat Probabil Lett*, Vol. 163 (2020), pp. 1-5.
[4] D. Jelito, M. Pitera, New fat-tail normality test based on conditional second moments with applications to finance, *Stat Pap*, first online (2020).
[5] J. Hebda-Sobkowicz, M. Pitera, A. Wylomańska, R. Zimroz, Informative frequency band selection in the presence of non-Gaussian noise - a novel approach based on the conditional variance statistic with application to bearing fault diagnosis, *Mech Syst Signal Pr*, Vol. 145 (2020), id. 106971.
[6] A. Chechkin, M. Pitera, A. Wylomańska, Goodness-of-fit test for α-stable distribution based on the quantile conditional variance statistics, *preprint*, available on arXiv.

Modified log-Sobolev inequalities, Beckner inequalities and moment estimates

Bartłomiej Polaczyk
University of Warsaw
e-mail: b.polaczyk@mimuw.edu.pl

We prove that in the context of general Markov semigroups Beckner inequalities with constants separated from zero as $p \to 1^+$ are equivalent to the modified log Sobolev inequality (previously only one implication was known to hold in this generality). Further, by adapting an argument by Boucheron et al. we derive Sobolev type moment estimates which hold under these functional inequalities.

We illustrate our results with applications to concentration of measure estimates (also of higher order, beyond the case of Lipschitz functions) for various stochastic models, including random permutations, zero-range processes, strong Rayleigh measures, exponential random graphs, and geometric functionals on the Poisson path space.

Joint work with R. Adamczak and M. Strzelecki.

Asymptotyka funkcji wartości w nieliniowych problemach stopowania

Andrzej Rozkosz
Uniwersytet Mikołaja Kopernika
e-mail: rozkosz@mat.umk.pl

Niech $\{(X,P_x),x\in E\}$ będzie procesem Markowa z przestrzenią stanów E oraz D będzie otwartym podzbiorem E. Rozważamy funkcję wartości V_T problemu stopowania

$$V_T(x)=\sup_{0\leqslant\sigma\leqslant T\wedge\tau_D}E_x\Big[\int_0^{T\wedge\tau_D}g(X_t,V_T(t,X_t))\,dt+h(X_\sigma)\{\mathbf{1}_{\{\sigma<T\wedge\tau_D\}} + \psi(X_{\tau_D})\mathbf{1}_{\{\sigma=\tau_D,\tau_D\leqslant T\}}+\varphi(X_T)\mathbf{1}_{\{\sigma=\tau_D,\tau_D>T\}}\Big]$$

z horyzontem czasowym $T>0$ oraz funkcję wartości V problemu

$$V(x)=\sup_{0\leqslant\sigma\leqslant\tau_D}E_x\Big[\int_0^{\tau_D}g(X_t,V(X_t))\,dt + h(X_\sigma)\{\mathbf{1}_{\{\sigma<\tau_D\}}+\psi(X_{\tau_D})\{\mathbf{1}_{\{\sigma=\tau_D\}}\Big]$$

z nieskończonym horyzontem czasowym. Powyżej E_x jest wartością oczekiwaną względem P_x oraz τ_D jest pierwszym momentem wyjścia procesu X ze zbioru D. Podamy warunki (na g,h,ψ,φ oraz D) przy których

$$\lim_{T\to\infty}V_T(x)=V(x),\quad x\in D,$$

oraz sformułujemy pewne rezultaty na temat tempa zbieżności. Podamy także przykłady zastosowań.

Wyniki pochodzą z pracy [1] napisanej z T. Klimsiakiem.

[1] Long-time asymptotic behaviour of the value function in nonlinear stopping problems, arXiv:2004.08197, (2020).

Własności rozkładów położenia i prędkości w bilardzie stochastycznym

Ryszard Rudnicki
Instytut Matematyczny PAN
e-mail: rudnicki@us.edu.pl

Rozważmy ruch cząsteczki między dwiema równoległymi płytami. Zakładamy, że cząsteczka porusza się ze stałą bezwzględną prędkością, ale kąt odbicia zależy od kąta padania w sposób losowy. Zagadnienie w jaki sposób zmienia się rozkład składowych prędkości można sprowadzić do badania składowej prędkości prostopadłej do płyt. Wtedy składowa ta zmienia się tak jak współrzędna punktu poruszającego się po odcinku ze stałą prędkością wewnątrz odcinka, ale w wyniku odbicia na końcu przedziału jego prędkość zmienia się losowo. Zatem zagadnienie sprowadza się do jednowymiarowego bilardu stochastycznego. W pracy [1] badaliśmy asymptotykę rozkładu położenia i prędkości takiego modelu. W czasie referatu przedstawimy wyniki z tej pracy, z których niektóre wydają się być zaskakujące. Na przykład jaka jest asymptotyka rozkładów, gdy nie ma rozkładu stacjonarnego. Okazuje się, że model cyklu komórkowego Lebowitza–Rubinowa sprowadza się do badania specjalnego przypadku jednowymiarowego bilardu stochastycznego. Zasygnalizujemy też nowe wyniki z pracy [2], w której badamy wielowymiarowy bilard stochastyczny.

[1] M. Mokhtar-Kharroubi, R. Rudnicki, On asymptotic stability and sweeping of collisionless kinetic equations, *Acta Appl. Math.*, **147** (2017), 19–38.

[2] B.Lods, M.Mokhtar-Kharroubi, R.Rudnicki, Invariant density and time asymptotics for collisionless kinetic equations with partly diffuse boundary operators, *Ann. I.H.Poincaré–AN*, **37**(2020), 877–923.

Wycena opcji w semi-statycznym modelu rynku finansowego z kosztami transakcji

Agnieszka Rygiel
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie
e-mail: `agnieszka.rygiel@uek.krakow.pl`

Rozpatrujemy problem wyznaczenia górnego ograniczenia dla arbitrażowej ceny opcji w modelu z czasem dyskretnym. Poza możliwością inwestowania w akcje, zakładamy możliwość konstruowania strategii inwestycyjnych na bazie ustalonej klasy instrumentów pochodnych o znanych cenach. Referat jest oparty na pracy [1] oraz dalszych wynikach.

[1] A. Rygiel, Super-replication on illiquid markets – semistatic approach, *Banach Center Publications*, 122, (2020), 207-218.

Stochastyczne równania różniczkowe wstecz z barierami opcjonalnymi na przestrzeni z ogólną filtracją

Maurycy Rzymowski
Uniwersytet Mikołaja Kopernika w Toruniu
e-mail: `maurycyrzymowski@mat.umk.pl`

W komunikacie przedstawię wyniki uzyskane wspólnie z T. Klimsiakiem w pracy [5] na temat $(\mathcal{F}_t)$-stochastycznych równań różniczkowych wstecz (SRRW) z odbiciem postaci

$$\begin{cases} Y_t = \xi + \int_t^T f(r, Y_r)\,dr + \int_t^T dR_r - \int_t^T dM_r, \quad t \in [0,T], \\ L_t \leqslant Y_t \leqslant U_t, \quad t \in [0,T], \;\; Y, M, R \in Prog(\mathcal{F}_t), \\ R \text{ jest procesem o ``minimalnym działaniu''}, \\ M \text{ jest } (\mathcal{F}_t)\text{-martyngałem startującym z zera.} \end{cases} \tag{1}$$

Zmienna ξ ($\mathcal{F}_T$-mierzalna) jest warunkiem końcowym, f jest $(\mathcal{F}_t)$-progresywnie mierzalnym generatorem równania, a procesy L, U są $(\mathcal{F}_t)$-opcjonalnymi barierami. Istnieją ścisłe związki pomiędzy SRRW z odbiciem a licznymi zagadnienia optymalizacyjnymi (np. problem optymalnego stopowania, gry Dynkina, problem przełączania oraz sterowania-stopowania etc.). Drugim istotnym zastosowaniem teorii SRRW są równania różniczkowe cząstkowe i nierówności wariacyjne. Pomimo wielu badań od przeszło dwóch dekad nad SSRW z odbiciem, obecnie jedynie kilka prac w literaturze jest poświęconych przypadkowi, w którym bariery L, U nie są procesami càdlàg (zob. prace [1]–[4]). Z drugiej strony okazuje się, że rozpatrywanie problemu (1) wyłącznie w klasie procesów càdlàg nie jest wystarczające dla wielu zastosowań. W komunikacie przedstawię wyniki dotyczące istnienia i jednoznaczności rozwiązania zagadnienia (1) w przypadku filtracji $(\mathcal{F}_t)$ spełniającej jedynie standardowe warunki, horyzontu czasowego T będącego dowolnym (możliwe, że nieskończonym) momentem zatrzymania oraz barier opcjonalnych klasy (D) spełniających warunek Mokobodzkiego. Zakładamy, że generator f jest monotoniczny i ciągły ze względu na zmienną Y (bez założeń na wzrost), a dane są jedynie całkowalne. Przedstawię również związki rozwiązania SRRW z odbiciem z procesem wartości w uogólnionych grach Dynkina.

[1] Grigorova, M., Imkeller, P., Offen, E., Ouknine, Y., Quenez, M.–C.: Reflected BSDEs when the obstacle is not right-continuous and optimal stopping, *Ann. Appl. Probab.*, 27, no. 5, 3153–3188 (2017)

[2] Grigorova, M., Imkeller, P., Ouknine, Y., Quenez, M.–C.: Doubly Reflected BSDEs and $\mathcal{E}^f$–Dynkin games: beyond the right-continuous case, *Electron. J. Probab.*, 23, Paper No. 122, 38 pp. (2018)

[3] Klimsiak, T., Rzymowski, M., Słomiński, L.: Reflected BSDEs with regulated trajectories, *Stochastic Process Appl.*, 129, no. 4, 1153–1184 (2019)

[4] Klimsiak, T., Rzymowski, M., Słomiński, L.: Reflected backward stochastic differential equations with two optional barriers, *Bull. Sci. Math.*, 158 102820, 49 pp. (2020)

[5] Klimsiak, T., Rzymowski, M.: Reflected BSDEs with two optional barriers and monotone coefficient on general filtered space, *arXiv*, 2001.06736

Wielkie odchylenia w grafach losowych

Wojciech Samotij
Uniwersytet Tel Awiwu
e-mail: samotij@tauex.tau.ac.il

Niech $Y_1, \ldots, Y_N$ będzie ciągiem niezależnych zmiennych losowych i niech $X = Y_1 + \cdots + Y_N$. Klasyczna teoria wielkich odchyleń pozwala na dokładne oszacowanie (logarytmów) prawdopodobieństw zdarzeń $X < (1-c)\mathbb{E}[X]$ oraz $X > (1+c)\mathbb{E}[X]$ dla każdego dodatniego c. Niestety, tradycyjne metody używane do uzyskania tych oszacowań istotnie wykorzystują założenie, że X jest funkcją *liniową* niezależnych zmiennych losowych $Y_1, \ldots, Y_N$. Z drugiej strony, wiele interesujących (z punktu widzenia zarówno teorii jak i zastosowań) zmiennych losowych nie ma tak prostej reprezentacji. Prostym przykładem, który omówimy w trakcie referatu, jest liczba trójkątów w grafie losowym $G(n, p)$, która jest wielomianem trzeciego stopnia (wielu) niezależnych zmiennych losowych. W referacie przedstawimy nowe metody szacowania prawdopodobieństw wielkich odchyleń tej zmiennej.

Wystąpienie będzie oparte na wynikach uzyskanych wspólnie z Matanem Harelem i Frankiem Mousset [1] oraz z Gadym Kozmą [2].

[1] M. Harel, F. Mousset, W. Samotij, *Upper tails via high moments end entropic stability*, arXiv:1904.08212
[2] G. Kozma, W. Samotij, *Lower tails via relative entropy*, preprint

Centralne twierdzenie graniczne dla U-statystyk

Grzegorz Serafin
Politechnika Wrocławska
e-mail: grzegorz.serafin@pwr.edu.pl

Przedstawione zostaną oszacowania odległości Wassersteina oraz Kołmogorowa ogólnych U-statystyk od standardowego rozkładu normalnego. Wyniki te są rozszerzeniem twierdzenia Berry'ego - Esseena na szeroką klasę funkcjonałów niezależnych zmiennych losowych - zadają warunki na asymptotyczną normalność jednocześnie opisując tempo zbieżności. W ramach przykładów omówione zostaną zdegenerowane U-statystyki oraz takie szczególne przypadki jak formy kwadratowe czy liczba izomorficznych kopii ustalonego grafu w grafie losowym.

[1] Normal approximation for sums of discrete U-statistics - application to Kolmogorov bounds in random subgraph counting, *Bernoulli*, 2020, Vol. 26, No. 1, 587-615
[2] Berry-Esseen bounds for functionals of independent random variables, *arXiv:2010.04387*, 2020

Sterowanie impulsowe procesem Markowa z kryterium średni koszt na jednostkę czasu

Łukasz Stettner
IMPAN
e-mail: stettner@impan.pl

Sterowanie impulsowe procesem Markowa polega na wyborze rosnącego ciągu momentów Markowa w których to momentach proces jest przesuwany do wybranego przez nas stanu z ustalonego zbioru zwartego U. Tak więc jest to ciąg (τ_i, ξ_i) złożony z rosnących momentów Markowa τ_i i stanów $\xi_i \in U$ do których proces jest przesuwany w chwili τ_i. Jest to jeden z najbardziej elementarnych i możliwych do realizacji sposobów sterowania. Interesuje nas kryterium średni koszt na jednostkę czasu, to jest minimalizacja funkcjonału

$$J_x((\tau_i, \xi_i)) = \liminf_{T\to\infty} \frac{1}{T} E_x^V \left\{ \int_0^T f(Y_s)ds + \sum_{i=1}^{\infty} 1_{\tau_i \leqslant T} c(x^i_{\tau_i}, \xi_i) \right\},$$

gdzie (Y_s) oznacza sterowany proces, (x_s^i) trajektorię procesu na przedziale czasu $[\tau_{i-1}, \tau_i)$, zaś f jest ciągła ograniczona, a jest c ściśle dodatnim kosztem za impulsy. Problem z takim funkcjonałem był badany w pracy [1] stosując metodę znikającego dyskonta dla problemu zdyskontowanego. W komunikacie przedstawione jest inne podejście oparte na ciągu problemów sterowania impulsowego zatrzymywanego przy wyjściu z rosnącego ciągu zbiorów otwartych (do całej przestrzeni stanów), bazujące na wynikach pracy [2].

[1] J. Palczewski, Ł. Stettner, Impulse control maximizing average cost per unit time: A nonuniformly ergodic case, *SIAM J. Control Optimiz.*, 55 (2017), 936–960

[2] J. Palczewski, Ł. Stettner, Stopping of functionals with discontinuity at the boundary of an open set, *Stoch. Processes Appl.*, 121 (2011), 2361–2392

Od nierówności Dooba do oszacowań związanych z operatorem Hardy'ego

Michał Strzelecki
Universität Graz
e-mail: michalst@mimuw.edu.pl

Klasyczny operator Hardy'ego zadany jest wzorem

$$Hf(t) = \frac{1}{t}\int_0^t f(s)ds, \quad t \geqslant 0,$$

dla lokalnie całkowalnych funkcji $f\colon [0,\infty) \to \mathbb{R}$. Do znalezienia jego normy na przestrzeni $L^p([0,\infty))$, $1 < p \leqslant \infty$, można użyć nierówności Dooba.

W moim referacie opowiem, jak w podobny sposób można udowodnić inne oszacowania związane z operatorem Hardy'ego – przypomnę pochodzący od Burkholdera dowód nierówności Dooba, a następnie wyjaśnię, jak wykorzystać go do wyprowadzenia interesujących nas oszacowań.

[1] The L^p-norms of the Beurling–Ahlfors transform on radial functions, *Ann. Acad. Sci. Fenn. Math.*, 42 (2017), 73–93.
[2] Hardy's operator minus identity and power weights, *J. Funct. Anal.*, 279 (2020), 34 pp.

Losowe układy dynamiczne na okręgu i prostej

Tomasz Szarek
Politechnika Gdańska & IM PAN, oddział w Sopocie
e-mail: tszarek@impan.pl

Wykład będzie poświęcony ergodycznym własnościom losowych układów dynamicznych generowanym przez rodziny homeomorfizmów określone na prostych rozmaitościach jednowymiarowych: okręgu i prostej. Będzie prezentował wyniki osiągnięte we współpracy z S. Brofferio, D. Buraczewskim, K. Czudkiem.

[1] Ergodicity and Central Limit Theorem for random interval homeomorphisms, *Israel J. Math.*, 239 (2020), ss. 75–98, wspólna z K. Czudkiem.
[2] On uniqueness of invariant measures for random walks on HOMEO(R), *przyjęta do druku w Ergodic Theory and Dynamical Systems*, wspólna z S. Brofferio, D. Buraczewskim.

Kumulanty boolowskie w wolnej probabilistyce

Kamil Szpojankowski
Politechnika Warszawska
e-mail: k.szpojankowski@mini.pw.edu.pl

Referat rozpocznę od krótkiego wprowadzenia do wolnej probabilistyki i jej związków z teorią macierzy losowych. Skupię się na kombinatorycznych narzędziach wykorzystywanych w nieprzemiennej probabilistyce. Następnie przedstawię rozwiązanie problemu znajdowania rozkładu łącznego pary (AB, BA), dla wolnych zmiennych A, B oraz jego zastosowanie do znajdowania rozkładu antykomutatora $AB + BA$ wolnych zmiennych losowych. Podstawowym i dość niespodziewanym narzędziem służącym do rozwiązania tego problemu okazują się pochodzące z równoległej teorii kumulanty Boolowskie, a nie kumulanty wolne, będące naturalnym narzędziem do badania wolnych zmiennych losowych.

Referat oparty jest o wyniki uzyskane w pracy [1] wspólnie z: M. Fevrier (Paryż), M. Mastnak (Halifax) i A. Nica (Waterloo).

[1] M. Fevrier, M. Mastnak, A. Nica, K. Szpojankowski. Using Boolean cumulants to study multiplication and anti-commutators of free random variables, *Trans. Amer. Math. Soc.*, 373 (2020), no. 10

Metoda ansatzu macierzowego dla ASEPu z otwartymi brzegami w przypadku singularnym

Marcin Świeca
Politechnika Warszawska
e-mail: marcin.swieca@mini.pw.edu.pl

Asymetryczny proces włączeń i wyłączeń (ASEP - Asymmetric Simple Exclusion Process) z otwartymi brzegami na zbiorze $\{1, \dots, L\}$ to proces Markowa z czasem ciągłym na przestrzeni stanów $\{0, 1\}^L$. Opisuje on ewolucje pewnego układu cząstek w czasie. Nieformalnie cząstki mogą zajmować, miejsca oznaczone od 1 do L. Każda cząstka może przemieścić się w prawo z intensywnością 1 i w lewo z intensywnością $q < 1$. Dodatkowo do i z układu, w miejscach o numerach 1 i L, mogą przybywać lub ubywać nowe cząstki z intensywnościami danymi za pomocą 4 parametrów α, β, γ i δ.

Metoda ansatzu macierzowego wprowadzonego w [1] jest jednym z podstawowych narzędzi do wyznaczania rozkładu stacjonarnego ASEPu z otwartymi brzegami. Jak zostało zauważone w [2] metoda ta może zawieść w przypadku gdy $\alpha\beta = \gamma\delta q^n$, gdzie n jest dowolną liczbą naturalną. Przypadek ten nazywamy singularnym. W referacie przedstawie jak można sformułować metodę ansatzu macierzowego aby uwzględnić również przypadek singularny. Metoda ta nie wykorzystuje macierzy a dwa funkcjonały φ_0, φ_1 zdefiowane na pewnej algebrze abstrakcyjnej. Przedstawię również związek jednego z tych funkcjonałów z wielomianami Askey-Wilsona.

Referat jest oparty na wspólnej pracy z Włodkiem Brycem [3]

[1] Derrida, B.; Evans, M. R.; Hakim, V.; Pasquier, V. Exact solution of a 1D asymmetric exclusion model using a matrix formulation., *J. Phys.*, (26 (1993), no. 7, 1493–1517)
[2] Essler, Fabian H. L.; Rittenberg, Vladimir. Representations of the quadratic algebra and partially asymmetric diffusion with open boundaries., *J. Phys.*, (A 29 (1996), no. 13, 3375–3407)
[3] Bryc, Wlodzimierz, Swieca, Marcin. On matrix product ansatz for Asymmetric Simple Exclusion Process with open boundary in the singular case., *Stat Phys*, dodatkowe informacje (177, 252–284(2019))

O rozróżnialności układów deterministycznych i stochastycznych na podstawie trajektorii. Przypadek ciągły

Dawid Tarłowski
Uniwersytet Jagielloński
e-mail: dawid.tarlowski@im.uj.edu.pl

Załóżmy, że obserwujemy trajektorię wygenerowaną przez pewien system (deterministyczny lub stochastyczny układ dynamiczny). Czy typowa trajektoria jest w stanie zdradzić naturę (deterministyczną/losową) układu, z którego pochodzi? W referacie przedstawię prostą definicję rozróżnialności dwóch klas układów na podstawie trajektorii („trajectory-distinguishability") oraz przedstawię przykładowe rezultaty dla sytuacji, gdy dokonujemy rozróżnienia pomiędzy układami dynamicznymi (zadanymi przez odwzorowanie ciągłe) a fellerowskimi łańcuchami Markowa na polskiej przestrzeni metrycznej X. Zakładana jest dokładna znajomość elementów obserwowanej orbity (obserwacje nie są obciążone a jedyna losowość z jaką możemy mieć do czynienia jest wewnętrzną cechą układu) a przedstawione pojęcia nie są związane z koncepcją obserwacyjnej równoważności („observational equivalence") opartej na procesach Bernoulliego, [1].

[1] Werndl, Charlotte. „Are deterministic descriptions and indeterministic descriptions observationally equivalent?." Studies in history and philosophy of science part B: studies in history and philosophy of modern physics 40.3 (2009): 232-242, ,

Własność Matsumoto-Yora dla grafowych rozkładów Dirichleta

Jacek Wesołowski
Politechnika Warszawska
e-mail: wesolo@mini.pw.edu.pl

W literaturze znane są dwie grafowe wersje tzw. własności Matsumoto-Yora (MY). Obie dotyczą rozkładów wielowymiarowych generowanych przez drzewa: typu GIG (Massam, Wesołowski, 2004) oraz typu Kummera (Piliszek, Wesołowski, 2016). Przedstawimy dwa modele typu Dirichleta generowane przez grafy dekomponowalne, dla których również zachodzi własność MY. Wspólnym mianownikiem tych czterech modeli wydają się być wielomiany grafowe (zob. Shi et al. 2016). Te nowe grafowe rozkłady Dirichleta, jako potencjalne rozkłady a priori, prowadzą w naturalny sposób do dyskretnych bayesowskich markowskich modeli graficznych typu parametrycznego: modelu ujemnego wielomianowego i wielomianowego. Warto podkreślić, że dotychczas w przypadku dyskretnym (w odróżnieniu od przypadku ciągłego, gdzie standardowo rozważany jest model gaussowski, a więc parametryczny), badane były jedynie nieparametryczne modele bayesowskie (z tzw. rozkładem hiper-Dirichleta jako rozkładem a priori). Współautorami przedstawianych wyników są Bartosz Kołodziejek (Politechnika Warszawska) i Xiaolin Zeng (Université Strasbourg)

[1] H. Massam, J. Wesołowski, Matsumoto-Yor property on trees, *Bernoulli*, 10 (2004), 685-700.
[2] A. Piliszek, J. Wesołowski, Kummer and Gamma laws through independences on trees - another

parallel with the Matsumoto-Yor property., *J. Multivar. Anal.*, 152 (2016), 15-27.
[3] Y. Shi, M. Dehmer, X. Li, I. Gutman, *Graph Polynomials*, CRC Press, 2016

HYBRYDOWE MODELE INDYWIDUALNE POPULACJI KOMÓRKOWYCH

Radosław Wieczorek
Uniwersytet Śląski
e-mail: `radoslaw.wieczorek@us.edu.pl`

Referat będzie poświęcony modelom populacyjnym na poziomie mikroskopowym, tj. takim, w których uwzględniona jest pozycja każdej pojedynczej komórki, zaś ruch jest losowy. Dodatkowo na ruch komórek wpływa stężenie pewnej substancji chemicznej (np. poprzez chemotaksję) opisane ciągłym rozkładem zadanym za pomocą równań cząstkowych.

Ważną cechą modeli biologicznych — w odróżnieniu od fizycznych — jest zmienna liczna osobników, co wymusza użycie specyficznych narzędzi. Nie wystarczy — jak przy stałej liczbie cząstek — układ równań stochastycznych. Zamiast tego używa się procesów stochastycznych na przestrzeniach miar singularnych lub na przestrzeni dopuszczającej zmienną liczbę cząstek (równań). Przedstawione zostaną przykłady takich modeli, gdzie stochastyczny układ cząstek jest sprzężony z cząstkowym równaniem różniczkowym — w szczególności model powstawania naczyń krwionośnych w siatkówce oka.

[1] Amarjit Budhiraja, Wai-Tong Fan, Uniform in time interacting particle approximations for nonlinear equations of Patlak-Keller-Segel type, *Electron. J. Probab.*, **22** (2017) no. 8, 1–37.

[2] V. Capasso, R. Wieczorek, A hybrid stochastic model of retinal angiogenesis, *Math. Methods Appl. Sci.*, **43** (18) (2020) 10578-10592.

O REPREZENTACJI CAŁKI WIENERA-ITÔ DLA PUNKTOWYCH PROCESÓW POISSONA

Maciej Wiśniewolski
Uniwersytet Warszawski MIM
e-mail: `wisniewolski@mimuw.edu.pl`

Opowiem o nowych reprezentacjach całki Wienera-Itô dla punktowych procesów Poissona (PPP) z probabilistyczną miarą intensywności. Na pewnej przestrzeni mierzalnej $(\mathbb{X}, \mathcal{X})$, niech η oznacza PPP a μ jego miarę intensywności. Rozważamy $f \in L^2_s(\mu^m)$ i dla takich funkcji rozważamy całkę Wienera-Itô $I_m(f)$. Taka całka jest skomplikowanym obiektem zbudowanym na tzw. miarach faktorowych η i działanie na $I_m(f)$ (po za szczególnymi przypadkami) jest z reguły kłopotliwe. Pomysłem na poradzenie sobie z tego trudnościami tej jest wprowadzenie nowych reprezentacji $I_m(f)$. Reprezentacja projektywna jest kombinacją liniową rzutów na η elementów powstałych przez odpowiednia redukcję wyjściowej funkcji f w losowych punktach. Reprezentacja całkowa polega na znalezieniu odpowiedniej transformaty f i odcałkowaniu jej względem regularnego warunkowego rozkładu komponentów właściwej reprezentacji η. Obie reprezentacje otwierają nową perspektywę działania na $I_m(f)$. W szczególności pokażę jak można szacować czwarty moment $I_m(f)$ kluczowy np. dla teorii aproksymacji rozkładami gaussowskimi. Dodatkowo pokażę przykłady jawnych wzorów wartości oczekiwanych obiektów zbudowanych na $I_m(f)$.

[1] Dobler Ch., Peccati G., *The fourth moment theorem on the Poisson space*, *Ann. Probab.*, 46(4): 1878-1916 (July 2018)
[2] Wiśniewolski M. *On representations of the Wiener-Itô integral for Poisson point processes*, *Preprint*, (2021)

Infinitesimal generators of quadratic harnesses

Agnieszka Zięba
Warsaw University of Technology
e-mail: agnieszka.zieba@mini.pw.edu.pl

I will present a new approach to the problem of finding infinitesimal generators of quadratic harnesses - a special family of square-integrable processes with linear conditional expectations and conditional variances being the polynomials of degree two where the conditioning is with respect to the past-future filtration of the process.
The method we propose incorporates the approach based on so-called associated polynomials from [1] into the algebraic framework of [2]. The basic problem is a solution of a certain second-degree equation in a non-commutative algebra of infinite sequences of polynomials. The equation is closely related to the fundamental q-commutation equation of a quadratic harness.
The talk is based on work in progress with Jacek Wesołowski.

[1] W. Bryc, J. Wesołowski, „Infinitesimal generators of q-Meixner processes”, *Stoch. Proc. Appl.*, (2014), 915-926
[2] W. Bryc, J. Wesołowski, „Infinitesimal generators for a class of polynomial processes”, *Studia Math.*, (2015), 73-93