Prof. dr hab. Jan Cholewa
Instytut Matematyki
Uniwersytet Śląski
Bankowa 14, 40-007 Katowice

tel./fax +48 32 2 582 976
e-mail: jan.cholewa@us.edu.pl
http://www.math.us.edu.pl/zrr/jcholewa/index.html

Katowice, 14.01.2015 r.

Ocena osiągnięć dr Joanny Rencławowicz w związku z ubieganiem się o nadanie stopnia doktora habilitowanego

Dr J. Rencławowicz jest specjalistką z zakresu teorii równań różniczkowych cząstkowych. Jest autorką lub współautorką 23 prac naukowych. W okresie badań łączących się z rozprawą doktorską powstało 7 prac. 16 prac związanych jest z badaniami prowadzonymi po doktoracie.

Osiągnięcie naukowe wskazane we wniosku o przeprowadzenie postępowania habilitacyjnego dotyczy tematu „Nieściśliwe, niestacjonarne przepływy przy dużych danych w obszarach cylindrycznych" i obejmuje sześć publikacji:

[1] „Large time regular solutions to the Navier-Stokes equations in cylindrical domains",
[2] „Existence of solutions to the Poisson equation in L_2-weighted spaces",
[3] „Existence of solutions to the Poisson equation in L_p-weighted spaces",
[4] „Existence of global weak solutions for Navier-Stokes equations with large flux",
[5] „Nonstationary flow for the Navier-Stokes equations in a cylindrical pipe",
[6] „Global nonstationary Navier-Stokes motion with large flux".

Cztery prace z tej listy ukazały się w czasopismach obecnych w bazie Journal Citation Reports takich jak Journal of Differential Equations [4], SIAM Journal on Mathematical Analysis [6], Topological Methods in Nonlinear Analysis [1] oraz Mathematical Methods in the Applied Sciences [5]. Artykuły [2], [3], zostały opublikowane w Applicationes Mathematicae.

Wymienione tu prace mieszczą się w nurcie badań dotyczących istnienia i regularności rozwiązań równania Naviera-Stokesa prowadzonych we współpracy z Prof. W. Zajączkowskim. Dr J. Rencławowicz wniosła przy tym istotny wkład w uzyskane wyniki.

Dokładniej to precyzując badany jest model nieściśliwego przepływu w cylindrze $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ o brzegu S, na którym rozważane są warunki typu poślizgu z uwzględnieniem strumienia przepływu:

$$
(\star) \quad \begin{cases} v_t + v \cdot \nabla v - \mathrm{div}\mathbb{T}(v,p) = f & \text{w } \Omega^T, \\ \mathrm{div} v = 0 & \text{w } \Omega^T, \\ v \cdot n = 0 & \text{na } S_1^T, \\ \nu n \cdot \mathbb{D}(v) \cdot \tau_\alpha + \gamma v \cdot \tau_\alpha = 0, \ \alpha = 1,2 & \text{na } S_1^T, \\ v \cdot n = d & \text{na } S_2^T, \\ n \cdot \mathbb{D}(v) \cdot \tau_\alpha = 0, \ \alpha = 1,2 & \text{na } S_2^T, \\ v_{|t=0} = v(0) & \text{w } \Omega. \end{cases}
$$

Praca [1] poświęcona jest sytuacji gdy współczynnik poślizgu oraz strumień są zerowe. Ogólnej sytuacji ujętej w $(\star)$ poświęcone są prace [4]-[6].

Prace [2], [3] ujmują oszacowania rozwiązań zagadnienia brzegowego dla równania Poissona w obszarze cylindrycznym. Wyniki te są istotnie wykorzystywane w analizie $(\star)$. Są one w szczególności użyte do uzyskania oszacowania typu nierówności energetycznej w [4, Lemat 2.2].

W [4, Twierdzenie 1] pokazane jest istnienie słabego rozwiązania $(\star)$ takiego, że dla $t \leqslant T$

$$
\begin{aligned}
&\|v\|^2_{V_2^0(\Omega^t)} + \gamma \sum_{\alpha=1}^{2} \int_0^t \|v \cdot \tau_\alpha\|^2_{L_2(S_1)} \\
&\leqslant 2\|f\|^2_{L_2(0,t;L_{\frac{6}{5}}(\Omega))} + \varphi\Big(\sup_{\tau \leqslant t} \|d\|_{W_3^{s-\frac{1}{p}}(S_2)}\Big)\Big(\|d\|^2_{L_2(0,t;W_2^{\frac{1}{2}}(S_2))} + \|d_t\|^2_{L_2(0,t;W_{\frac{6}{5}}^{\frac{1}{6}}(S_2))}\Big) \\
&\quad + \|v(0)\|^2_{L^2(\Omega)},
\end{aligned}
$$

gdzie

$$
\|v\|_{V_2^0(\Omega^T)} = \text{ess sup}_{t\in(0,T)}\|v\|_{L^2(\Omega)} + \left(\int_0^T \|\nabla v\|^2_{L^2(\Omega)} dt\right)^{\frac{1}{2}}.
$$

Uzyskane jest następnie, [4, Twierdzenie 2], istnienie globalnego słabego rozwiązania.

W [1], [5] otrzymane wyniki dotyczą, stosownie je tu streszczając, istnienia regularnych rozwiązań $(\star)$, a w [6] rozszerzenia tego rezultatu na przedziały $(kT, (k+1)T)$, $k \in \mathbb{N}$, w celu otrzymania rozwiązań globalnych.

Istotne jest, iż uzyskane wyniki nie podlegają standardowym założeniom o małości danych; prędkości początkowej, siły zewnętrznej oraz strumienia przepływu. Przyjmowane w tym zakresie założenia są subtelniejsze.

Bardziej to konkretyzując, a przy tym koncentrując się na sytuacji gdy współczynnik poślizgu i strumień są niezerowe, ograniczenia tego typu w [5] dotyczą norm

$$
\|v_{,x_3}(0)\|_{L^2(\Omega)},
$$

$$\|f_{,x_3}\|_{L^2(0,T;L_{\frac{6}{5}}(\Omega))}, \qquad \|f_3\|_{L_2(0,T;L_{\frac{4}{3}}(S_2))},$$

oraz

$$\|d_t\|_{L_2(0,T;H^1(S_2))}, \qquad \|d_{,x'}\|_{L_2(0,T;H^1(S_2))}, \qquad \|d_{,x'}\|_{L_\infty(0,T;H^1(S_2))}.$$

Zakładane jest, iż suma kwadratów tych norm, Λ, jest odpowiednio mała, a przy tym $\|f_{,x_3}\|_{L^2(\Omega^T)}$, $\|v_{,x_3}(0)\|_{H^1(\Omega)}$ są takie, że spełniony jest pewien technicznie dobrany warunek ze stałą $\mathcal{A}$, [5, Warunek 2], mianowicie

$$\begin{aligned} &cD_0^2\Lambda^2[(\mathcal{A}+\Lambda)+c(\mathcal{A}+\mathcal{A}^2+c\Lambda_2+c\Lambda_3] \\ &\exp\left[\int_0^T \|d\|^6_{L_3(S_2)}dt + cD_0(\mathcal{A}+\Lambda)+c(\mathcal{A}+\mathcal{A}^2)+c\Lambda_2+c\Lambda_3\right] \\ &\quad + \|f_{,x_3}\|^2_{L^2(\Omega^T)} + \|v_{,x_3}(0)\|^2_{H^1(\Omega)} \leqslant \mathcal{A}^2. \end{aligned}$$

Uzyskane jest wówczas, [5, Twierdzenie 2], istnienie rozwiązania $(\star)$ takiego, że

$$v, v_{,x_3} \in W_2^{2,1}(\Omega^T), \nabla p, \nabla p_{,x_3} \in L_2(\Omega^T).$$

Pokazane są także, [5, Twierdzenie 1], oszacowania postaci

$$\|v_{,x_3}\|_{W_2^{2,1}(\Omega^T)} \leqslant \mathcal{A},$$

$$\|v\|_{W_2^{2,1}(\Omega^T)} + \|\nabla p\|_{L_2(\Omega^T)} \leqslant \varphi(\mathcal{A}, D_0, \Lambda, \Lambda_2, \Lambda_3, \Lambda_4),$$

$$\|\nabla p_{,x_3}\|_{L_2(\Omega^T)} \leqslant \varphi(\mathcal{A}, D_0, \Lambda, \Lambda_2, \Lambda_3, \Lambda_4).$$

Wyniki te, odpowiednio zaadaptowane do przedziałów $(kT,(k+1)T)$ oraz zagadnień

$$\begin{cases} v_t + v\cdot\nabla v - \mathrm{div}\mathbb{T}(v,p) = f & \text{w } \Omega^{(k+1)T}, \\ \mathrm{div} v = 0 & \text{w } \Omega^{(k+1)T}, \\ v\cdot n = 0 & \text{na } S_1^{(k+1)T}, \\ \nu n\cdot\mathbb{D}(v)\cdot\tau_\alpha + \gamma v\cdot\tau_\alpha = 0,\ \alpha=1,2 & \text{na } S_1^{(k+1)T}, \\ v\cdot n = d & \text{na } S_2^{(k+1)T}, \\ n\cdot\mathbb{D}(v)\cdot\tau_\alpha = 0,\ \alpha=1,2 & \text{na } S_2^{(k+1)T}, \\ v_{|t=kT} = v(kT) & \text{w } \Omega \end{cases}$$

odgrywają dalej istotną rolę w pracy [6]. Przy tym nałożone w [6, Twierdzenie 1] ograniczenie dla danych dotyczy odpowiedniej małości supremum względem k sumy kwadratów norm

$$\|v_{,x_3}(0)\|_{L^2(\Omega)},$$

$$\|f_3\|_{L_2(kT,(k+1)T;L_{\frac{4}{3}}(S_2))}, \qquad \|f_{,x_3}\|_{L^2(kT,(k+1)T;L_{\frac{6}{5}}(\Omega))},$$

$$\|d_t\|_{L_2(kT,(k+1)T;H^1(S_2))}, \qquad \|d_{,x'}\|_{L_2(kT,(k+1)T;H^1(S_2))}, \qquad \|d_{,x'}\|_{L_\infty(kT,(k+1)T;H^1(S_2))}.$$

W prowadzonych dowodach wykorzystuje się wiele technik analizy i równań różniczkowych cząstkowych. Zasadnicze są przy tym oszacowania aprioryczne, na których bazują aproksymacje galerkinowskie oraz zasada Leraya-Schaudera, i które zostały uzyskane dla $(\star)$ adekwatnie subtelnie do przyjmowanych założeń.

Spoglądając całościowo na cykl prac [1]-[6], tworzy on interesującą rozprawę dotyczącą istnienia oraz regularności rozwiązań równania Naviera-Stokesa. Uzyskanie w tym zakresie wyników dla trójwymiarowego zagadnienia w szerokiej klasie rozwiązań i z uwzględnieniem, iż stosowne normy danych mogą być duże jest wartościową cechą rozprawy.

Poza publikacjami składającymi się na wskazane przez dr J. Rencławowicz osiągnięcie, o którym mówi art. 16 ustawy, we wspomnianym na wstępie nurcie badań dotyczących równania Naviera-Stokesa mieszczą się także 2 współautorskie prace poświęcone, odpowiednio, regularnym rozwiązaniom globalnym oraz galerkinowskiej konstrukcji słabych rozwiązań w pewnych specjalnych, Y-kształtnych obszarach. Ten nurt badań obejmuje również współredakcję tomu Banach Center Publications poświęconego konferencji z tej tematyki.

Dorobek dr J. Rencławowicz z okresu po doktoracie zawiera także inne wątki badawcze. W pracach napisanych wspólnie z H. Levinem, a inspirowanych eleganckim artykułem T. Nagai i T. Nakaki, badany jest model chemotaksji. Seria 3 prac wspólnych z M. Lewisem, P. van den Driessche oraz M. Wonham dotyczy modeli związanych z rozprzestrzenianiem się wirusa Zachodniego Nilu (WNV). W 2 monoautorskich publikacjach poświęconych układom równań reakcji-dyfuzji rozwijana jest również tematyka badawcza z okresu doktoratu.

Wyniki dotyczące modelu WNV opublikowane w Bulletin of Mathematical Biology oraz w Ecology Letters są mocno cytowane. Platforma Web of Knowledge odnotowuje łącznie 113 cytowań tych prac.

Poruszone tu wątki badawcze oraz zakres współpracy naukowej wpisują się w uzyskane przez dr J. Rencławowicz stanowiska badawcze i stypendia w krajowych i zagranicznych instytucjach naukowych; w tym w Polskiej Akademii Nauk, Iowa State University oraz University of Alberta.

Dr J. Rencławowicz sześciokrotnie brała udział w pracach komitetów organizacyjnych konferencji krajowych o ogólnopolskim i międzynarodowym zasięgu. Wygłosiła liczne odczyty na konferencjach i seminariach w Polsce i za granicą. Brała udział jako wykonawca w realizacji 4 grantów badawczych. Uczestniczyła również w 2 programach międzynarodowych.

Uważam, iż osiągnięcia dr J. Rencławowicz oraz jej aktywność naukowa spełniają wymagania określone w artykule 16 Ustawy z dnia 14 marca 2003 roku o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz stopniach i tytule w zakresie sztuki.

Wyrażam pozytywną opinię w sprawie nadania dr J. Rencławowicz stopnia naukowego doktora habilitowanego nauk matematycznych.

JCholewa

Jan Cholewa