

PREFACE

The present volume consists of 11 papers submitted (with one exception) by the participants of the International Symposium dedicated to the memory of Aleksander Rajchman, Antoni Zygmund and Józef Marcinkiewicz. It was held at the Conference Center of the Mathematical Institute of the Polish Academy of Sciences, Będlewo, from 15 to 21 October 2000 and organized by the International Banach Center. The Program Committee consisted of Lennart Carleson, Paul Cohen, Charles L. Fefferman, Jean-Pierre Kahane, Stanisław Kwapien, Fon-Che Liu, Paul Malliavin and Pyotr Ul'yanov. The Organizing Committee consisted of Bogdan Bojarski, Andrzej Granas, Przemysław Wojtaszczyk and Wiesław Żelazko. Thirty five participants offered 22 lectures. One afternoon was devoted to a historical session. The Symposium was a small but very fruitful gathering of mathematicians representing eleven countries and all generations of analysts.

Wiesław Żelazko

The information given below is taken from the Program of the Symposium.

* * *

Aleksander Rajchman was born in Warsaw on 13 November 1890. He studied in Paris obtaining “licencié ès sciences” in 1910. In 1919 he took a position at the University of Warsaw, first of a junior assistant, and, after obtaining his PhD in 1921, of a senior assistant. In 1922 Rajchman became a professor at the Free University in Warsaw (Wolna Wszechnica) and in 1925 he received his habilitation at the University of Warsaw and lectured at this University as a Privat Dozent until 1939. In the late thirties he also lectured at Collège de France at the seminar of J. Hadamard.

Aleksander Rajchman started to work in trigonometric series under the influence of Hugo Steinhaus; he also worked in real functions, probability and mathematical statistics. The list of his publications includes 40 items.

Rajchman had a strong influence on S. Saks and A. Zygmund by introducing them into research in the theory of real functions and of trigonometric series. Jointly with Antoni Zygmund he wrote three papers on trigonometric series.

Aleksander Rajchman was arrested by Gestapo in April 1940 and perished in the Sachsenhausen concentration camp, probably in July or August 1940.

(The above information is taken mostly from an article of Antoni Zygmund published in *Wiadomości Matematyczne* 27 (1987), 219–231.)

* * *

Antoni Zygmund was born in Warsaw on 26 December 1900. He entered Warsaw University in 1919; he wanted to study astronomy, but since such studies were not offered at that time, he decided to study mathematics. He learned about trigonometric series from Aleksander Rajchman during his seminar on this subject held at the University of Warsaw. In 1922 Zygmund was appointed a junior assistant at the Chair of Mathematics of Warsaw Polytechnic School. He was promoted to senior assistant after obtaining his PhD in 1923 at the University of Warsaw. Zygmund received his habilitation in 1926, and in 1930 he was offered a Chair of Mathematics of Stefan Batory University in Wilno, where he worked until the Second World War in 1939. There he encountered Józef Marcinkiewicz who was then a freshly enrolled student. Their collaboration lasted until 1939. In 1940 Zygmund managed to leave Poland for the United States, where he was first appointed a visiting professor at MIT and later obtained a position of assistant professor at the Mount Holyoke College. In 1945 he moved to the University of Pennsylvania in Philadelphia and two years later to the University of Chicago. He spent the rest of his life in Chicago and died there on 30 May 1992.

The list of publications of Antoni Zygmund includes 215 items, the last one is the above mentioned article on Aleksander Rajchman.

We now quote from two articles on Zygmund's "Trigonometric Series" reprinted in the *Bulletin of the American Mathematical Society* 37 (2000), 95–96. The first, due to J. D. Tamarkin, concerns the first edition of the book (1935), and the other, due to R. Salem, the second edition (1959).

It has been a repeated privilege of the reviewer to express his appreciation of the high standards and excellent quality of the series of monographs of which Volume V is now under his consideration. Each volume of the series published so far represents an important event in the development of mathematical research, and the present volume in this respect is second to none of its predecessors. If one looks through the long list of books on Fourier series one cannot help feeling that even the bulkiest of them are far from giving an adequate picture of the present status of the field. The non-existence of a monograph giving such a picture was very badly felt not only by the beginners but also by specialists, and the failure of so many attempts to write a real book on Fourier series created an impression that the task was almost hopeless. The author of the present monograph completely succeeded in dispelling this "inferiority complex" and produced a book which not only introduces the reader into the immense field of the theory of Fourier series but at the same time almost imperceptibly brings him to the latest achievements, many of them being due to the author himself. The style of the book is rigorous and vigorous and the exposition elegant and clear to smallest details.

In his course at the University of Cambridge, Professor Littlewood used to call the first edition of Zygmund's book "the Bible". This second edition, coming almost twenty-five

years after the first one, will undoubtedly deserve this name even more, not only because it takes into account the work done in the field during this period, but also because the author, profiting from new experience and constant reflection on his past work, has introduced many topics which had been aside in the first edition.

The book is dedicated to the memories of two polish [sic] mathematicians, A. Rajchman and J. Marcinkiewicz, who met both with a tragic end during the last world war: Rajchman was executed by the Nazis, while Marcinkiewicz died under circumstances not yet fully explained. The first one Zygmund calls “his teacher”, the second one “his pupil”, but both have considerably influenced the mathematical thought of Zygmund, who had an equal respect to the genius of these two mathematicians of the celebrated Polish school.

Reference: *Selected Papers of Antoni Zygmund*, Kluwer Academic Publishers, 1989.

* * *

Józef Marcinkiewicz was born on March 4th, 1910, in Cimoszka (near Białystok). In 1930 he enrolled at Stefan Batory University in Wilno and the next year he started to attend Zygmund’s seminar on trigonometric series. Their collaboration lasted until 1939 (they published 15 joint papers, the first, coauthored also with B. Jessen, was published in *Fundamenta Mathematicae* in 1935). Marcinkiewicz finished his studies in 1933 and after spending one year in military service he was appointed a junior assistant at Stefan Batory University. During the service he wrote his PhD dissertation and got his PhD in 1935. He spent the academic year 1935/36 in Lwów as a fellow of the Fund for National Culture. He collaborated there with S. Kaczmarz and J. Schauder. Marcinkiewicz received his habilitation in Wilno in 1937. He worked in real functions, trigonometric series, trigonometric interpolation, functional analysis, orthogonal systems, probability theory and complex analysis. The list of his publications (written between 1933–1939) comprises 55 items. He was taken war prisoner in 1939 and murdered together with a few thousands of Polish officers in 1940, most probably in Katyń (Russia); he was then 30 years old. In Zygmund’s opinion he would become one of the greatest analysts of the second part of this century, could he live longer.

Reference: Józef Marcinkiewicz, *Collected Papers*, PWN, Warszawa, 1964.

Finally we reproduce a letter of Yves Meyer read by Jean-Pierre Kahane during the historical session.

Souvenirs de rencontres avec Antoni Zygmund

1. Le premier souvenir qui me vient à l’esprit concerne la “participation” de Zygmund aux grandes manifestations d’étudiants de Mai 1968. J’étais alors professeur à l’Université Paris-Sud et j’accompagnais mes étudiants à ces manifestations. À la suite de mouvements de foule, je me suis retrouvé au milieu d’étudiants littéraires. Nous étions bloqués rue de Tournon par un important barrage de police, sans doute destiné à protéger le Sénat. Le soir tombait. Au second étage d’un hôtel, une fenêtre s’ouvre et un vieil homme apparaît au balcon. Il nous regarde en souriant. Son regard exprimait une si évidente sympathie que les étudiants qui m’entouraient ont crié : “Descends avec nous, grand-père!”. Mais

Zygmund ne comprit pas ces cris, ces appels et, après nous avoir encore regardés quelques minutes, rentra dans sa chambre d'hôtel.

Zygmund ne se lassait pas de m'écouter lorsque je lui racontais sa participation involontaire aux "événements de 1968".

2. De 1974 à 1984, je me rendais tous les ans à Chicago où je travaillais pendant un mois avec Alberto Calderón. J'exposais quelquefois mes travaux au fameux "Séminaire Calderón-Zygmund" qui avait lieu après le thé, les lundis après-midi.

Cette fois je parlais de mes travaux sur les opérateurs bilinéaires (associés aux commutateurs de Calderón). À la fin de l'exposé, Zygmund m'a posé la question suivante : "Quelles sont les applications à la physique mathématique de ce que vous venez d'exposer" ? Comme souvent, je ne savais pas répondre. Or, quelques années après, Jean-Michel Bony créait la théorie des opérateurs paradifférentiels et l'appliquait avec succès aux équations aux dérivées partielles hyperboliques non-linéaires venant de la physique mathématique. Le "paraproduit," outil essentiel dans ce nouveau calcul, allait répondre à la question de Zygmund puisque ce "paraproduit" est l'un des opérateurs bilinéaires appartenant à la construction générale que je venais d'exposer au séminaire. Une autre application remarquable est venue de la version améliorée par Pierre-Louis Lions du lemme "div-curl" de Murat et Tartar. Ce résultat a une grande importance en mécanique des fluides.

Zygmund avait peut-être entrevu les liens entre ce que je faisais et les équations aux dérivées partielles non-linéaires.

Aujourd'hui Bony est célébré par l'Académie des Sciences. Alors je ferme les yeux et je revois Zygmund.

3. Zygmund aimait retourner au restaurant "Vagenende" du boulevard St. Germain où il retrouvait ses souvenirs de jeune marié. Ma femme avait beaucoup d'affection pour Zygmund (qui dansait la valse avec elle). Nous avons, comme il le souhaitait, déjeuné avec lui au Vagenende. Après le déjeuner, nous avons demandé à Zygmund si une promenade lui ferait plaisir. À notre grande surprise, il choisit de revoir le cimetière du Père-Lachaise. Nous craignons que cette visite ne soit triste. Mais non! Zygmund nous a entraînés vers les tombes qui se rapportaient à l'histoire de la Pologne et de la Résistance et nous avons passé une après-midi délicieuse.

4. Une autre fois Zygmund était chez nous, à la maison, lors d'une fête que nous avions organisée en son honneur. Yvette Amice, Jean-Pierre Kahane et tant d'autres s'étaient joints. Sur une pile de disques, Zygmund voit, stupéfait, en russe, les titres de chansons d'enfant qu'il avait apprises quand il était à l'école maternelle. Nous avons alors écouté ces disques et Zygmund ne pouvait contenir son émotion.

5. Mais retournons aux sciences. Un dernier souvenir de Zygmund m'est particulièrement cher. Il était déjà très malade et je lui avais rendu visite à son appartement de Chicago. Il était heureux de parler. Après avoir abordé beaucoup de sujets, il m'a posé la question suivante : "Yves, vous intéressez-vous à la forme de l'Univers?". Je lui ai fait répéter la question, tant la curiosité de Zygmund pour l'astrophysique et la cosmologie me semblait inattendue. Mais, là encore, la question de Zygmund était prophétique et

les images des galaxies lointaines, recueillies par Hubble, sont aujourd'hui débruitées par des algorithmes mis au point par A. Lannes et S. Roques, à partir d'une méthodologie générale due à David Donoho. Le point de départ utilise mes travaux sur les ondelettes. J'aimerais tant montrer ce travail à Zygmund!

6. En 1987, j'ai eu le plaisir d'être invité par l'Université de Chicago, dans le cadre des "Zygmund lectures". J'avais décidé à parler de mes travaux sur les ondelettes. Zygmund assistait aux exposés. Il m'a ensuite confié : "Comme tout a changé!". Était-il triste ?

7. Mais oublions cette tristesse! Invité à la maison (mes enfants avaient alors 9 et 11 ans), Zygmund me dit : "Yves, la meilleure chose que vous avez faite, ce sont vos enfants!".

Je dois avouer ma déconvenue, car je croyais que mes travaux mathématiques avaient déjà acquis un peu d'importance aux yeux de Zygmund.

8. Zygmund savait poser des questions déconcertantes, profondes, qui anticipaient l'avenir des sciences. Quand je ferme les yeux, je revois son regard un peu ironique et son bon sourire. Il m'a appris à modérer mes jugements. À mes commentaires sévères Zygmund répondait: "Yves, pour juger un mathématicien, il faut intégrer sa partie positive, $\int f^+ dx$."

Tant en mathématique que dans la vie, Zygmund détestait l'emphase. À son avis, un vrai problème n'apparaît qu'après en avoir rejeté "l'emballage". Il voulait que l'énoncé soit écrit en termes simples, mais que la question soit profonde. C'était, à son avis, une garantie de fécondité. Zygmund savait faire surgir des questions essentielles.

Zygmund m'a beaucoup appris. Quand il se penche sur mon travail, il sourit encore avec bonté et malice. Je voudrais tant qu'il approuve ce que je fais, mais je sais que mes fougues et mes enthousiasmes lui paraîtront toujours un peu "à la surface", comme il aimait dire.

Paris, le 16 Octobre 2000

Y. Meyer