

## Przykładowe zadania z analizy matematycznej II. Część IV.

**Zadanie 26.** Oblicz całki niewłaściwe:

$$1. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+9},$$

$$2. \int_0^{\infty} \frac{e^x dx}{e^{2x}+1},$$

$$3. \int_0^{\infty} e^{-x} \cos x dx,$$

$$4. \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{1-x}},$$

$$5. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x dx}{\sqrt[3]{1-2 \sin x}}.$$

**Zadanie 27.** Zbadaj zbieżność całek niewłaściwych:

$$1. \int_0^{\infty} e^{-x} \sin^2 x dx,$$

$$2. \int_2^{\infty} \frac{x dx}{x^2 - \arctg x},$$

$$3. \int_0^{\infty} \frac{(2^x+1) dx}{4^x+1},$$

$$4. \int_1^{\infty} \frac{e^{3x} dx}{3e^{4x}-5},$$

$$5. \int_{\pi}^{+\infty} \frac{x dx}{x^2+\cos x},$$

$$6. \int_0^{\infty} \frac{\arctg x dx}{x+1},$$

$$7. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} x \operatorname{tg} x, dx,$$

$$8. \int_0^1 \frac{(1+\sin x) dx}{\sqrt{x}},$$

$$9. \int_0^1 \frac{e^x dx}{(x-1)^2},$$

$$10. \int_0^1 \frac{(e^x-1) dx}{x^4},$$

$$11. \int_0^{\pi} \frac{dx}{1+\cos x},$$

$$12. \int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 \sqrt{x-1}},$$

$$13. \int_0^{\infty} \frac{dx}{e^x-1}.$$

**Zadanie 28.** Zbadaj zbieżność i zbieżność bezwzględną całek niewłaściwych:

$$1. \int_0^{\infty} x \cos x \, dx,$$

$$2. \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} \cos x \, dx}{x+100},$$

$$3. \int_0^{\infty} x^p \sin(x^q) \, dx,$$

$$4. \int_1^{\infty} \frac{\sin^3 x \, dx}{x^2},$$

$$5. \int_2^{\infty} \frac{x \cos x \, dx}{(x^2-1)^3}.$$

**Zadanie 29.** Korzystając z kryterium całkowego zbadaj zbieżność podanych szeregów:

$$1. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+2},$$

$$2. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{e^{n^3}},$$

$$3. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n+1},$$

$$4. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n},$$

$$5. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}.$$