

Rozwiązywanie równań różniczkowych za pomocą szeregów potęgowych

Zapraszam wszystkich chętnych studentów na wykład poświęcony bardziej zaawansowanym zagadnieniom z teorii równań różniczkowych zwyczajnych. Wykład ten można traktować jako kontynuację obowiązkowego wykładu z równań różniczkowych. Do jego zrozumienia wystarczy wiedza z wykładów kursowych z równań różniczkowych zwyczajnych, analizy zespolonej i analizy matematycznej. Do wykładu będą dostępne notatki.

Punktem wyjścia będą te rozdziały podręcznika A. Palczewskiego *Równania różniczkowe zwyczajne*, które „nie zmieściły się” do wykładu z równań różniczkowych.

Zacznijmy od równań różniczkowych liniowych drugiego rzędu o analitycznych (czy ogólniej memorficznych) współczynnikach. Znajdziemy rozwiązania takich równań w postaci szeregów potęgowych (w punktach nieosobliwych) i szeregów Frobeniusa (w punktach osobliwych regularnych). Umożliwi to nam badanie wielu ważnych równań prowadzących do funkcji specjalnych takich jak: równanie Hermite’a, równanie hipergeometryczne, równanie Legendre’a, konfluentne równanie hipergeometryczne, równanie Bessela i inne.

Zajmiemy się też analitycznym przedłużaniem rozwiązań i grupami monodromii, które doprowadzą nas do XXI problemu Hilberta (problemu Riemanna-Hilberta).

Postaram się również opisać rozwiązania równań wokół punktów osobliwych nieregularnych. Takie rozwiązania dane są w postaci szeregów rozbieżnych. Aby móc je lepiej zrozumieć powiem o rozwinięciach asymptotycznych, zjawisku Stokesa i sumowalności w sensie Borela.

Zamierzam też zająć się teorią perturbacji oraz równaniami nieliniowymi, w szczególności bujnie się rozwijającą teorią równań Painlevé.

Literatura pomocnicza:

1. E. Hille, *Ordinary differential equations in the complex domain*, J. Wiley & Sons, New York 1976.
2. A. Palczewski, *Równania różniczkowe zwyczajne*, WNT, Warszawa 1999.
3. W. Wasow, *Asymptotic expansions for ordinary differential equations*, J. Wiley & Sons, New York 1965.
4. E. T. Whittaker, G. N. Watson, *Kurs analizy współczesnej* (Część I i II), PWN, Warszawa 1967 (część I), 1968 (część II).
5. B. Ziemian, *20 lectures on ordinary and partial differential equations. Geometric methods of complex analysis*, preprint, IM PAN, Warszawa 1992.

Sławomir Michalik